42—

Digitized by the Internet Archive
in 2014

https://archive.org/details/nuovotrattatosul00marc

NUOVO TRATTATO
SULLA VERA RETTIFICAZIONE
DEL CIRCOLO
MISURATO ESATTAMENTE
CON IL DIAMETRO

Utile alla Trigonometria, alla misura delle curve, e degli spazj curvilinei,

DEDICATO
ALLA MAESTA'
DEL CZAR ALESSANDRO I.
IMPERATORE DI TUTTE LE RUSSIE

DA GAETANO MARCHETTI TOMASSI
CONTE, E PATRIZIO REATINO

Con una Dissertazione sul modo di navigare sott' acqua, inventato dallo stesso Autore l' anno 1799.

PARTE PRIMA

EDIZIONE SECONDA

IN FULIGNO 1817.
Nella Stamperia di Feliciano Campitelli
Con approvazione.

Acc 2013-788

Comede fili mi mel quia bonum est, et favum dulcissimum gutturi tuo.

Sic et doctrina sapieatiæ animæ tuæ, quam cum inveneris habebis in novissimis spem, et spes tua non peribit,

Prov. 24. 14.

QA484
.M29
1817x

MAESTA'

Nato nel mezzo di una Nazione forte, potente, coltissima fui fin dagli anni miei giovanili animato da vivo ardore di poter giovare ad altrui con qualche produzione d' ingegno. Conobbi che vi voleva, ed ozio, e studio, due cose, che lungo tempo non potei collegare insieme. Quando improvisamente inondate da gente d' oltremonte queste belle contrade, Ch' Appennin parte, e il mar circonda, e l' Alpe, *ed oppressa la nostra libertà, le nostre leggi, le nostre costumanze, dovetti mio malgrado raccomandare alla solitudine la mia vita. Fu allora, che segregato da ogni tumulto, e vivendo come a me solo, impresi a meditare, e stabilire la misura*

esatta del circolo, e la navigazione sott' acqua soggetto nuovo, difficile, glorioso, utilissimo. Sostennero lunghe vigilie i miei occhi, e non cessai dal travaglio, finchè non venni ad ottenere l' intento. Se mi riempì di gioja l' esito fortunato di tal lavoro, altrettanto mi sgomentò doverlo produrre a fronte d' infiniti sforzi sostenuti in vano da uomini di valor sommo nelle Mattematiche Scienze. Conosco la mia tenuità rimpetto all' eccellenza dei Letterati, e temo per me quel che lasciò scritto Salomone, Sapientia pauperis contempta est, et verba ejus non sunt audita (Ec. 9. 16.)*; per evitarne il disprezzo, la malignità, e gl' insulti all' alta protezione della Maestà Vostra io ricorro, come a quella del più potente de' Mecenati. Voi sedete in mezzo di un Regno, che ama la letteratura, ed i letterati. Voi governate popoli innumerabili, che fioriscono nelle arti, e nelle manifatture. Voi vedete, come l' Idraulica con le acque del Boristene, della Vistola, del Volga, del Tuerza ha saputo, e potuto riunire nel centro di coteste contrade il mar Caspio, il mar Nero, ed il Baltico: opere maravigliose del Czar Pietro, di cui ereditaste il genio, e le cognizioni. Che se quegli acquistossi co' studj di pace il nome di Grande, Voi avete un egual diritto alla medesima gloria colle vostre militari imprese. Non a guari precedevate innumerabili eserciti per donar pace all' Europa, e con la vittoria l' ordine delle cose si vide restituito; Provincie smembrate, e confuse ritornarono all' obbedien-*

za degli antichi Padroni, Principi esuli, ed oppressi risalirono sul trono de' loro maggiori, ed il Gran Pontefice Pio VII. esempio di eroica costanza, di magnanimità, di pazienza fu finalmente tolto agl' insulti, ed alle umilianti catene, e reso all' Apostolica sua Sede tra gli applausi degli amanti suoi sudditi. Dopo cotante eroiche, e grandi imprese, deposta la spada vi riposate finalmente all' ombra de' vostri olivi, e se stendete ancora i vostri eserciti dall' Asia all' Europa, egli è per difendere l' ordine stabilito, mantenere la pace tra popoli, e togliere ogni speranza ai rivoltosi. Ora nell' offerire che io fo al genio sublime della M. V. questa Operetta, è mia intenzione di presentare un lavoro utile ai vostri Ingegnieri, alla marina, alle manifatture, alle scienze. Che se verrà come spero benignemente accolto, sarà questo per me il successo più fortunato della mia vita, e anderò contento, non della mia, ma della gloria, che ne risulterà grandissima all' Italia, e con profondo ossequio inchinato a' piedi della Maestà Vostra, prego il Signore Iddio, che lungamente sempre la feliciti, e conservi, e prendo l' onore di dichiararmi

Di V. Maestà

Umilissimo Obbligatissimo Devotissimo Servitore
GAETANO MARCHETTI TOMASSI.

LETTERA DELL' AUTORE

Alli Signori Ammiraglj, Ingegnieri, e Generali della Nazione Brittanica

Quando per divina disposizione, e per effetto del vostro, ed altrui coraggio ritornò il mio Sovrano, e comun Padre al suo Trono; io diressi all' EE. VV. questa mia con il mezzo del Cavalier Fiot, inviato a Roma dalla Università di Cambradige. Confederata l' Italia a Voi per reciproco affetto, per eguale inclinazione agli studj, per corrispondenza di manifatture, per amore alle belle arti, che sapete conoscere, premiare, e diriggere, furono in me ben forti motivi, che le mie diuturne fatiche di molti, e molti anni alla Invitta Nazione Brittanica dirigessi. Figli di quell' immortale Filosofo Isacco Newton, la vostra perizia nella Marina, e nelle arti, chiamarà sempre dal Continente tuttociò, che può esser diretto ai progressi della Balistica, della Nautica, della Trigonometria, della Astronomia, e delle Matematiche tutte. Come un fiume presto nasce, e trascorre così la feracità dei nostri talenti: la fortunata posizione di questo clima un numerò infinito d' invenzioni produsse, che dai vicini spesso rapite, sorgè l' Italia a vendicarne il primato, e la gloria. Alla custodia de' suoi cari parti convocò Ella in ogni età, in ogni luogo, uomini sapientissimi, e la serie delle scoperte, la storia delle arti. e della letteratura, questi benemeriti figli nel seno della lor madre trascrivano. Te chiamo in testimonio Fontanini, Fantuzzi, Vasari, Muratori, Maffei, Tiraboschi, e Voi tutti, che delineaste opere, ritrovati, azioni egregie d' altrui. Scrivendo una corona di gloria girò sulle lor tempie, e non la videro, un monumento di onore indelebile, che lasciarono le loro orme, i posteri soli ammirarono. Così il fuoco dell' emulazione si accese, e i talenti italiani alle scosse di quella divina loro eloquenza brillarono.

L' ingegno, la posizione, il coraggio guidava le navi Veneziane alle più remote parti dell' Asia, e dell' Africa, quando nel 1430. il Doge Andrea Moccenigo ordinò, che si compi-

lasserò a vantaggio della marina, tutte le cognizioni, che si possedevano sulla Trigonometria, e le tangenti, risultanti dal raggio diviso in decimali, e sostituite alle sessagesime. Trentaquattro anni dopo Giovanni Muller di Konisberga, detto Regiomontano, da studente in Padova passò Lettore, e le Decimali, che aveva alla scuola apprese, gli Oltramontani crederono, che inventasse. Il P. Lana Bresciano nel 1670. pubblicò la maniera di navigare in aria con quattro globi uniti ad una barca. La povertà del Gesuita non gli permise di porre in prattica il suo progetto, e la prudenza dei Filosofi Italiani non li stimolò di avventurare agli aerei spazi la propria vita. Trascorsi cento, e più anni cioè nel 1783. il Signor di Montgolfier si diede per scopritore de' Globi Areostatici. Pariggi vide uomini andare in aria, e spesso senza loro piacere tornare a terra. Il Cavalier Monti ha ben provato in una recente operetta, quanto siano facili i francesi ad abbellirsi della piuma altrui.

La Medicina, e la Chirurgia ha le sue macchine, ed i suoi ajuti inventati, dall' Acquapendente, e dal Lapi, anche questi sono stati riprodotti con altri ornamenti da M. Petit, e dai Signori Daran, Gualard, Ardrè per testimonianza di Francesco Rossier medico di Monpelier (Tom. V. pag. 216.) Nel 1800 pubblicai io stesso in Ancona il disegno, la costruzione, ed il modo di navigare sott' acqua, già da me annunciato sul fine del 1799. in Firenze, e Sarzana. Non trascorsero sei mesi, che a Rouen si eseguì questa scoperta sotto altro nome. Mi credei in dovere di subito chiarire il Pubblico della verità, e se le Gazzette di Venezia, e Fuligno videro il mio nome, seppero ancora, che io aveva mezzi di replicatamente agire sott' acqua con la polvere da cannone. Il Sig. Potenziani mio concittadino, estratto ch' ebbe dal Guado l' Indaco, manifestò il suo, quanto bello, altrettanto economico metodo. Un Francese non solo si arrogò la scoperta, ma ebbe la sfrontatezza di usare le parole medesime del vero inventore. Questo Signore, le cognizioni del quale non sono limitate all' Indaco, seppe bene adoperare la penna; arrossì l' impostore, ed il Pubblico godè di vedere questi fatti pubblicati con le stampe. L' Arte militare dopo Giulio Cesare sembrava dall' Italia sparita, e che niuno a quella si fosse applicato. Questi errori si consolidavano ogni giorno, ed ogni giorno si accresceva il nostro scherno per parte degli Stranieri, che pubblicavano i loro libri su questo genere di studj. Non è mancato

peraltro chi trascrivesse le azioni egregie dei Comandanti, e Militari Italiani vissuti nel Secolo decimo settimo. Il Galasso, il Montecuccoli, il Piccolomini, il Caprara, lo Spinola, si fanno precedere a tutti gli altri; questa operetta scritta con somma eleganza, e chiarezza, si vide impressa in Venezia l'anno 1742. Il Sig. Luigi Marini Romano pubblicò nel 1801. il suo Trattato Storico Algebrico su i Bastioni; in cui la sua vasta erudizione inserì il catalogo degli Scrittori Italiani sulla *Fortificazione Permanente*.

I sudori sparsi da questo Letterato per l'onore dell'Italia, non si limitarono a questa prima sua fatica, poichè inoltratosi Egli nel Secolo Decimo sesto, trasse dall'oblìo le opere del Capitano Francesco de Marchi Bolognese, nuovamente le delineò, e ne diede una superba Edizione Romana. L'Europa tutta grazie alle illustrazioni dello stesso Marini ha conosciuto, che quanto erasi inventato dalle altre Nazioni, e quante parti aveva l'Architettura militare erano quasi tutte uscite dal de Marchi. E'stato procurato fino a questi ultimi tempi di fare acquisto, e di sopprimere quanti esemplari si potè di quest'opera, onde occultare i plagi di Vauban, e di altri Ingegneri Francesi. La gelosia di mantenere le proprie scoperte, non solo è un diritto, che ciascuno ha, ma produce una emulazione ne' Posteri, e nelle altre Nazioni, che si deve sempre incoraggire. La perizia nella Nautica, nell'Astronomia, e nella Cosmografia condusse un Colombo di Monferrato alla scoperta del nuovo Mondo. Quasi dieci anni questo grande Italiano fece fronte a tutti i dotti del Secolo XV., che ricusavano di aderire alle sue prove, considerandole ora inconcludenti, ora ridicole. Ad onta di quei mari incogniti, e vastissimi, ad onta delle variazioni, che si videro nella Bussola, tutto Egli affrontò; giunse all'Antille, e per ben cinque volte speditamente tornò in Europa. Incredule le altre Nazioni alla esistenza del nuovo Mondo, ed assistite da poco coraggio a cercarlo, potevano dietro la guida del Colombo rinvenire il suo Continente, lo tentarono, ma inutilmente, così passati cinque anni, conobbe l'Italia ch'essa doveva accingersi a questa impresa. Feconda al solito di grand'ingegni, trascurando il Veneziano Cabotta, che per il Re d'Inghilterra scopriva l'Isola di Terra nuova, dalle sponde dell'Arno mandò il Vespucci, ed esso pose piede in quelle ricche contrade, che indi accrebbero il decoro, e la felicità a tutti i Principi dell'

Europa, la salute, e li comodi ad ogni individuo. Epoca fortunata della nostra Marina, che alla fiducia corrispose di tutti i Sovrani. Affidò navi la Francia al Fiorentino Giovanni Varenzano, ed esso si condusse per il primo nel Canadà. Così Antonio Zeno Veneziano guidò gli Spagnuoli nel Labrador. Li nostri Maggiori gelosi della gloria dovuta a questi uomini letterati, dubitando, che la successione de' Secoli la denigrasse, come già sembrava dimenticarsi l'invenzione della Bussola fatta nel 1300. da Giovanni Gioja Napoletano, scolpirono su quelle nuove regioni, ed annunziarono a tutto il mondo, ed a tutti i posteri il nome dell'Italiano *Americo*. Questa varietà di ajuti ha sempre rinvigorita, e mantenuta la stima, e l'onore della Nazione. La letteratura vive, ma non vive tra noi segreta, come tra gli antichi Egiziani, o tra i recenti Cinesi. Le proprie scoperte si trasmettono, e si palesano volentieri, perchè i talenti Italiani non sono limitati ad un solo ramo di cognizioni. Non pretende l'Italia negli studj, e nelle arti un grado eminente, ma non vuole essere inferiore alle altre Nazioni. Quale insulto maggiore potè ricevere essa dalle passate incursioni, che quasi fossero vincitori i nemici delle sue scienze, a viva forza si conducevano i giovani nelli Licei Francesi per apprendere le Mattematiche; e pure nel mezzo degli affronti, e tra le catene qui si applicava, e due produzioni dell'infimo talento Italiano ora vi presento, che spero di buon'animo accoglierete. Se avessi potuto prevedere, e collocare a bordo della vostra recente spedizione al Congo questa operetta, non piangereste la perdita di tanti Letterati, e non sarebbe ancora l'interno dell'Africa incognito al vostro coraggio. Vivete al vantaggio della Società, allo splendore della vostra Patria, all'ombra de' vostri allori immortali, alla soavità de' vostri amici, tra i quali permettete, che possa essere chi si conferma con tutto il rispetto

Delle Eccellenze Vostre

Rieti 21. Marzo 1817.

Devot. Affmo. Servitore
GAETANO MARCHETTI TOMASSI.

PREFAZIONE

Se tra le Scienze uno dei primi onori ha riscosso sempre la Geometria, non è essa giunta all' ultimo apice della perfezione nel primo suo nascere. Hanno le lettere, le arti, la loro infanzia, le loro malattie, il decadimento, il loro vigore, e sono sottoposte alle vicende communi dell' Uomo. Sarà a voi di utile, a me di profitto, se delineando io in brevi parole la Storia della Geometria, vi renderete benevoli a leggere senza prevenzione questo nuovo Trattato, e rattristati sulla condotta di alcuni Filosofi, voi cercherete l' avanzamento delle Mattematiche, e della Fisica, e non la distruzione della Morale.

L' Egitto, i Caldei, l' Assirj diedero il primo latte alla Geometria; indi la Grecia volle esserne la Maestra. Dai suoi Licei prese questa scienza una nuova forma; l' acutezza de' suoi sapienti seppe arricchirla di varie proposizioni, e Teoremi, e dilatarla a diversi usi. Talete Milesio scoprì, e sui triangoli, e sui circoli IX. proposizioni riportate da Euclide. Anassimandro inventò le tavole Geografiche, e trovò l' obliquità nello Zodiaco. Anassagora continuamente contemplava il Cielo, e lo chiamava sua patria, e perchè parlò liberamente agli Ateniesi sulla materialità de' Pianeti, e del Sole, da loro adorato, dovette soffrir la prigione, e nella prigione compose un libro sulla misura del circolo. Se Pittagora, il primo che inventasse, e portasse il nome di Filosofo, ebbe i suoi natali nella Grecia; in Italia egli fondò la sua scuola, e l' Italia si compiace, e si gloria, che la Geometria gli venisse insegnata, e svelata da questo grand' Uomo, che a giusta ragione chiama suo concittadino. La penetrazione, e il buon gusto, che aveva Pittagora per questa scienza gli fece intendere essere male ideato il metodo con cui s' insegnava, prese a darle nuova forma, e alla forma aggiunse diversi ritrovati, e su i cinque corpi regolari, e sugli angoli, e sul triangolo rettangolo, in cui dimostrò, che il quadrato dell' ipotenusa è eguale a quello dei due cateti. Quanta ragione avesse egli di esserne lieto, quanta gratitudine noi gli dobbiamo per questa scoperta, si può rilevare dall' uso continuato, e dagli edificj che, e la Fisica; e la Geometria spesso innalza, ove il medesimo ritrovato ne sia la ba-

se, e l'appoggio. Le quantità incommensurabili, il calcolo de' seni, e delle tangenti, ne rendono una chiara prova. Per 200. anni la scuola di Pittagora ebbe in Italia un numero prodigioso di seguaci. Quali scoperte, e quai progressi facessero essi nella Geometria dopo la morte del loro Maestro accaduta 509. anni prima dell'era Cristiana, non so, so bene che anche le donne vollero apprendere la Filosofia, ed hanno dato i materiali al Menagio di scrivere la storia delle Donne filosofanti. Platone venne espressamente in Italia per apprendere dai Pittagorici, e sciolse l'enimma pronunziato dall'Oracolo agli Ateniesi. Molti de' Misterj, che inondano, inviluppano, e circoscrivono la natura creata, sono spesso dall'inerzia, e dall'ignoranza renduti impenetrabili. Gli uomini debbono venerare i Misterj della Divinità, e della Religione, e non creder mistero quello che spiegare potrebbero servendosi delle cognizioni naturali, e di un sottil raziocinio. Così Salomone ripete nell'Ecclesiaste avere Iddio lasciato il mondo alla disputa degli uomini, perchè colla riflessione, e colli esamì venissero in cognizione di ciò, che a primo aspetto non si conosce: *Cuncta fecit bona in tempore suo, et Mundum tradidit disputationi eorum* (Ecclesiaste 3. 11.) Questo è confermato dalle scoperte nella Storia di tutti i tempi. *Difficile estimamus, quæ in terra sunt, et quæ in prospectu sunt invenimus cum labore. Quæ autem in cœlis sunt quis investigabit* (Sap. 9. 15.) Affligeva una Peste micidialissima la Città di Atene, e come suole accadere in simili circostanze fu spedito a Delo per consultare l'Oracolo di Apollo; rispose questi, che duplicata la sua ara cubica sarebbe cessata la Peste; maravigliosi furono gli sforzi, che, per la soluzione di un tal problema, fecero inutilmente i primi filosofi; ma era riservata la gloria di risolverlo a Platone, il quale come degli altri più veggente, corrispose perfettamente all'inchiesta dell'Oracolo, se pure questi non aveva parlato, come sospettasi per suo suggerimento. Dopo di lui, Nicomede con la concoide, Diocle con la cissoide, Ippocrate di Scio risolvettero il medesimo problema. Erano incognite le sezioni Coniche, e Menecmo le ritrovò; Ippocrate di Scio quadrò le lunole quadrantali; a Proclo riuscì misurare la Spirale, e così di giorno in giorno la Geometria nella Grecia riceveva nuovi avanzamenti, ed era arricchita di nuove scoperte, che Pappo Alessandrino volle raccogliere in VII. libri. L'Italia, in cui domina lo spirito di emulazione, soffrendo mal

volentieri di vedersi superata dai Greci fece mostra dei suoi talenti, ed Archita in Sicilia applicò la Geometria alla pratica, ed alla Meccanica. Alle diverse dimensioni, e misure della terra ch'ei trovò, unì l'invenzione di una colomba artificiale, che eseguiva il volo degli ucelli. Queste, ed altre simili prove già addotte confermano, che la Geometria a poco a poco si è dilatata, e che è capace di ulteriori avanzamenti, quando sia da valenti, e profondi ingegni coltivata, e promossa.

Brisone, Antisone, Ippocrate Scio in Grecia avevano inutilmente tentata la quadratura del circolo. Dinostrato compose una quadratrice, ove in ultimo anch'egli domanda quello, che pretendeva mostrare in principio, o sia la differenza del raggio dalla periferia. La Grecia, che fin qui aveva avuto il primo vanto nelle scienze, e nelle belle arti, non potè sollevarsi alla soluzione di questo gran problema; estinto per altra parte in lei ogni germe di valore guerriero, l'Italia, che si era impadronita delle sue provincie, tutte a se ne trasse le cognizioni, ed il gusto. Tacquero allora i famosi suoi cigni, e le seguenti generazioni si sforzarono di ripeterne alla meglio che poterono il canto, mentre l'istoria dei tempi rimase immobile sù quei sepolcri. Trecento anni avanti l'Era Cristiana nacque in Sicilia Archimede, uomo di sottile, ed elevato ingegno in cui sembrava che la Natura avesse voluto raccogliere la fama dei passati Geometri, onde farne lo splendore della Filosofia Italiana. La veemenza con cui volgevasi alla contemplazione delle più astruse verità Geometriche, lo astraeva a segno da sensi, che neppure vide il colpo con cui un soldato Romano l'uccise, mentre descriveva, e meditava un circolo. Quaranta sue invenzioni Meccaniche numeravano gli antichi, pochissime delle quali sono a noi pervenute. Sono esse la girella mobile, la moltiplicazione delle carrucole, la vite perpetua, la coclea per inaffiare i campi, la sfera, che indica i moti celesti, la macchina per votare le sentine dalle navi, gli specchi Ustorj. Alla prattica unì le osservazioni sulle conoidi, e le sferoidi, l'invenzione dell'Algebra per maggiore speditezza delle operazioni Matematiche, e finalmente fu un oggetto delle sue compiacenze la scoperta della proporzione tra la sfera, ed il cilindro, che volle incidere sul suo sepolcro.

Non poteva sfuggire dalla mente di un uomo così sottile la quadratura del Circolo, e della Parabola, conobbe egli il vantaggio di questa scoperta, la facilità, e speditezza, che

ne sarebbe derivata alla Matematica, e per questo vi si applicò con sommo impegno.

L'esito, e la condotta della dimostrazione superò quello, che avevano detto, e inutilmente disputato gli antichi, ma non dissipò le tenebre, e non soddisfece al desiderio suo, e dei posteri. Costrusse due Poligoni regolari di 96. lati uno iscritto, e l'altro circoscritto al circolo. Fissato il Diametro di 497. parti, ravvisò la circonferenza del circolo, maggiore di 1561, e minore di 1562.

O avesse spaventato tutto lo sforzo inutile di questo grand' uomo, o fosse il poco studio che si faceva in Roma delle Matematiche, di cui dolevasi a' suoi tempi Cicerone, o la decadenza successiva delle lettere, unitamente a quella della Repubblica, l' Italia non diede alla Filosofia, che uomini, i quali ricalcando le vie degli antichi, si stessero sempre assisi nei loro Ginnasi, senza muoversi a tentare nuove scoperte, e a dilatare il Regno Geometrico. Indi succedette l'avidità dell' oro, che tutti rivolse all' Alchimia. Quanto più i loro laboratorj inutilmente profondevano questo prezioso metallo, tanto più si figuravano esser vicini alla scoperta, ed al guadagno. Benchè fosse questo un' errore di calcolo, pure cercavano di moderarlo con quelle misteriose parole *Ars longa, vita brevis*. E' l' avidità dell' oro, e l'amore pei comodi sensuali un' impedimento, che spesso l' uomo si frappone per giungere alla cognizione delle verità, e alla scoperta di que' tesori, che sono proprj del solo intelletto. Se la Geometria fiorì nella Grecia, furono anche quei valenti maestri disprezzatori al sommo delle ricchezze, e la loro condotta era una scuola appresso tutti di probità, di giustizia, e di sana morale. Anassagora, benchè ricchissimo, pel desiderio sommo di apprendere le scienze dai più valenti maestri, si pose in viaggio; tornato alla Patria, trovò le sue possessioni rovinate, e sconvolte. In vece di rattristarsi esclamò contento, se non perdevo queste, non avrei acquistata con le cognizioni una nuova vita. Crate Filosofo Tebano ridusse le sue ricchezze in una palla d' oro, e consegnandola ad un Banchiere gli disse: se i miei figli saranno filosofi, dalla ai poveri, se vivono rozzi, rendi loro il valore, che qui deposito. Non è questo il mio scopo, e se così fosse, bisognerebbe qui annoverare Democrito, che donò alla Patria i suoi averi, e si rinchiuse in un orto a contemplare le stelle, o pure tessere la vita di Cleante, che il giorno applicato

agli studj, si procacciava la notte il sostentamento con adacquare gli orti vicini alla città di Atene. O fosse dunque l'interesse, o l'inerzia, o le incursioni dei Barbari, la Filosofia, e la Geometria per molti Secoli visse nell'oscurità, e nell'oblìo.

Era riservato ad un ingegno Italiano il dare una scossa a questa gran molla, quasi arruginita dagli anni, e nell'istesso tempo il fare scintillare da tutte le parti nuovi ingegni, che continuamente succedendosi l'uno all'altro portassero la Matematica ad un punto di elevazione, che non avevano ideata gli Antichi. Produsse una tale scossa l'effetto; questa molla ritenuta già da molto tempo, operò con prodigiosi sforzi, quando si trovò libera. Nacque il Galileo l'anno 1571. in Toscana, e fu il primo motore, anzi il Padre della novella Filosofia: indi la Francia nel 1596. diede alla luce il suo Cartesio, ed ecco nuovamente l'Italia, la Francia, l'Inghilterra, la Germania, la Spagna, la Russia presentare all'Europa altri, ed altri Filosofi, che gareggiando nel tentare scoperte, e nell'inventar metodi, seppero abbellire, riformare, ed accrescere l'antica Matematica.

Nevvton, Leibnizio, l'Ugenio, i Bernoulli, gli Euleri, e gli altri moltissimi, che hanno fiorito, e fioriscono, la serie de' quali sarebbe troppo lunga a numerarsi, onorano la filosofia, e ne hanno promossi gli avanzamenti.

L'invenzione del calcolo differenziale, ed integrale compensava il danno proveniente dall'impossibilità di trovare l'esatta misura del circolo; ma nell'istesso tempo rendeva i calcoli complicati difficili, e lunghi. Immaginò Tischirnhausen un'altra quadratrice, ma il suo metodo diveniva inutile al Calcolo. Ledolfo Ceulen, Giovanni Pel, e più di tutti il Sig. Eulero si spinsero con più precisione al di là di Archimede, ma le ragioni trovate tra il diametro, e la periferia, si rimirano come inservibili, ed intrigatissime pei gran numeri, che le compongono. I Geometri dunque sono sempre costretti a servirsi del rapporto trovato da Adriano Mezio di 113: 355. Il P. Gregorio di S. Vincenzo della Compagnia di Gesù fece un trattato de *quadratura circuli, et Hiperbolæ*. Filippo Carmagnini stampò un libro sulla quadratura del circolo, e dopo avere esposta una quantità di figure, si trova in fine nell'istesso inviluppo di tutti gli altri; onde per distrigarsi con qualche riputazione, dice essere il diametro alla periferia come 5325: 17152, o sia minore della ragione, che trovò Archimede. Vol-

le avanzarsi più oltre un giovane studente nell'Accademia di Parigi, il quale si pose a trovare la quadratura del circolo con tanto studio, e con tanta veemenza di applicazione, che senza trovare quella del circolo, perdè la quadratura del proprio cervello, e morì infelicemente all'ospidale dei pazzi. La maraviglia, che in me cagionò un sì funesto avvenimento, anzichè distogliermi da questo stesso tentativo, suscitò nell'animo mio nuovo impegno, e nuovo stimolo di proseguir nell'impresa. Animato dall'esito felice di due altre scoperte da me fatte negli anni scorsi, e giudicate antecedentemente, o difficilissime, o anche impossibili, non esitai di rimetter la mano all'opera. Soffra chi legge, che ambedue io accenni queste scoperte. La prima pubblicata da me nel 1799. in diverse città d'Italia fu la maniera di navigare sott'acqua, di uscirne, e di agire in questo elemento replicatamente con un'istesso pezzo di Artiglieria. La seconda fu di palesare, con una Dissertazione ad un consesso di dotti, la vera ragione, per cui i fluidi ascendono nei tubi capillari, il che dimostrai essere effetto della elasticità dell'aria, confutando le prove ammesse, che ciò derivasse dall'attrazione, come si supponeva, che il Sig. de Place avesse già spiegato, e deciso. Io mi consolo, che ora le scienze non dipendono da una servile soggezzione, e che per esser padrone del campo, basta rigorosamente dimostrare. Tutto evidentemente conchiusi con la composizione, e risoluzione delle forze, e con questa face Matematica per guida, esposi col massimo rigore l'assunto. La terza mia impresa era per ogni capo di una quasi insuperabile difficoltà. Avea provato il gran Newton, ed il Sig. Alembert, che la misura del circolo poteva eseguirsi esattamente col diametro. Da questo primo passo utilissimo, non si deduceva il secondo, o sia il modo di effettuare la sua vera, e giusta dimensione. Alcuni moderni Matematici di sommo valore, o per questo, o per altro motivo si accinsero a dimostrare, che era impossibile di riuscirvi (*a*). Ecco dunque Nevvton in errore; se sbaglia un'uomo non mi sorprende, sorprenderà però sempre, che avendo la Matematica stabilita una proposizione, si possa esporre vera, e falsa a piacere. Questa scienza dà chiara, e limpidissima acquistareb-

(*a*) Nel decorso dell'opera si vedrà vera questa proposizione, e vera quella del Newton, quando l'una, e l'altra sia presa entro certi determinati limiti.

be subito un carattere d'impostura. Nella fisica le osservazioni sulle cause, precedono le dimostrazioni, variando quelle alli nostri occhi, si mutano ancor queste dal Filosofo per corrispondere sempre alla verità, e costanza dell'effetto. Può la Matematica dire in diversi modi una verità, ma sarà impossibile, che quella oggi vera, domani si trovi falsa. Nevvton dunque a gloria delli Filosofi, e degli Inglesi non ha sbagliato; se invece di usare il calcolo, avesse solo asserito la misura esatta, che qui ora presenterò del circolo, sarebbe sufficiente a confermare la verità delle sue parole. Per riuscire nell'intento, quali fatiche non tollerai? quali tentativi non feci? Si erano spiegate le vele in un mare incognito, senza conoscere la via, che al fine vero conduce. Le prove, l'analisi, le dimostrazioni tra queste tenebre, si vedevano in ultimo fallaci, ed inutili, così trascorsi molti, e molti anni non mi abbandonò il coraggio, nè desistei dall'impegno di provare, che il diametro 3 0 8 1 2 2 7 3 1 5 3 1 3 6 8 0, dà la periferia esatta 9 7 3 8 6 2 4 5 6 8 2 5 9 4 7 3. Presi in un circolo due archi, ed uno quattro volte maggiore dell'altro; la semiordinata del primo, unita ad angolo retto con l'ordinata del secondo, dà sempre l'ipotenosa eguale alla metà del primo arco (rettificato). Indi con una proporzione prescrivo il modo di conoscere, o l'arco, o l'ordinata qualunque, ed in conseguenza il lato di ogni figura rettilinea. Termina questa prima parte la misura esatta delle superficie, e dei solidi sferici. Perchè all'esattezza delle figure, si unisse la facilità di apprendere le dimostrazioni, ed io fossi sempre sicuro, che altri non si appropriasse questa mia scoperta, volli, e mi riuscì rozzamente inciderle.

Nella seconda parte rammento la natura, e le proprietà delle sezioni coniche, e senza il calcolo integrale, o differenziale, misuro esatamente il perimetro, le superficie, e li solidi prodotti con queste sezioni.

Per compimento dell'opera non ho voluto trascurare di rettificare nella terza parte la Concoide, Cissoide, Cicloide, Logaritmica, con le altre spirali, senza usare le tavole dei logarimmi, o il calcolo infinitesimale, e sempre allontanandomi per quanto è stato possibile da ogni servilità. Sembrava utile, che adattassi alla pratica l'assunto, e per questo nella quarta parte mi occupo ad insegnare il modo di navigare sott'acqua, di tornare a galla, di entrare, e sortire liberamente, quando la barca si trova in fondo del mare, e dei fiumi,

di rimontare speditamente qualunque via opposta alla corrente, e di rimanere immobile nel mezzo delle acque a piacimento dei Naviganti, ed ivi usare l' Artiglieria. Nè la stima che si deve agli ottimi autori di Geometria, nè il capriccio di ripetere ciò, che altri dissero, doveva eccitarmi a pubblicare le nozioni elementari, che io suppongo nel Lettore, così più tenue, ed economica divenne questa operetta, sulla quale non posso fare a meno di ripetere con S. Girolamo: *Quid ibi laboris insumpserim, quid sustinuerim difficultatis, quoties desperaverim, quotiesque cessaverim, et contentione discendi rursus incœperim; testis est conscentia tam mea qui passus sum, quam eorum, qui mecum duxerunt vitam: et gratias ago Domino, quod de amaro semine litterarum dulces fructus carpo* (epist. 13. ad Rusticum .)

Lettera scritta all' autore dal Generale Austriaco Froelich Tenente Maresciallo, Proprietario di un Reggimento d' Infanteria, e Comandante della Toscana, e Romagna, relativa alla navigazione sott' acqua.

Non potendo dalla ristrettezza di V. S. rilevare appieno la costruzione della Barca da lei ideata, nè essendo pure possibile di riconvincersi dei reali vantaggi del meccanismo della medesima, sarebbe necessario, che V. S. s' impegnasse di produrne una prova evidente col fatto, o recandosi lei medesima a questa parte, o trasmettendo un' esempio in piccolo della machina proposta, che presentasse nitidamente l' effetto dell' invenzione.

Frattanto le sono tenuto della pena, che V. S. si è data di rivolgere a me la sua scoperta, che non esiterò di appoggiare, comprovati, che ne vengano gli utili reali. Restando quindi in attenzione di quanto sopra, sono con tutta considerazione.

Di V. S. Illma

Ancona li 13. Gennaro 1800.

Dev. Serv. FROELICH
Tenen. Mar. Coman.

Il medesimo rispose all' Autore,

Affine di rilevare in modo più convincente i vantaggi della di lei invenzione si compiace-

rà V. S. Reverendissima di recarsi in questa Città, ove si potranno più agevolmente prendere le misure per fare gli esperimenti necessarj a comprovare la possibilità di effettuare il di lei progetto. Le accludo a tal fine un Passaporto, ed assicurandola di non esitare per mia parte, qualora riesca felicemente la di lei idea, di far giungere a cognizione di S. M. il compimento di sì esimio ritrovato per ottenerle condegna rimunerazione, rimango con vera considerazione

Ancona 29. Gennajo 1800.

Devo. Serv. FROELICH

Partito il Froelich dalla Città di Ancona, e per alcune vicende pulitiche tornato a Vienna, l'Autore fu diretto al comando della Marina, da cui riportò il seguente

Attestato

Avendo ricercato il Sig. Gaetano Marchetti Tomassi da questo comando di Marina un attestato sopra la commissione tenuta relativa al progetto dal prelodato Sig. Gaetano proposto di fare una Barca, o Bastimento, che sia in istato di far viaggj sott' acqua, non si ha potuto tralasciare di rilasciargli il presente, ed attestiamo, che il Sig. suddetto abbia dimostrato un grande talento in questa Commissione tenuta dalli SSig. Officiali di Marina, e dall' Architetto Navale Salvini, che il suo progetto di fare navi-

gare una Barca, o Bastimento sott' acqua con corpi viventi a Bordo della medesima sia veramente fattibile. In fede di che ec. Ancona 28. Febbraro 1800.

Loco ✠ Sigilli

DE CONICH Maggior Comandante
GERGOTTI Primo Tenente
AGURTI Primo Foriere
SALVINI Architetto Navale
SCIELIN Pr. T.

Alli 31. Luglio 1800. questa navigazione si vide eseguita a Rouen, recentemente a Londra con 40. persone a Bordo, e nell' anno scorso fù messa in opera in Pietroburgo con universale soddisfazione.

Lettera scritta all' Autore dal Molto Rev. P. Raffaelle da Roma ex-Provinciale; Lettore Emer. di Filosofia, e Teologia, Postulatore Generale de' Servi di Dio Minori Riformati ec. ec.

Illustrissimo Signore

Mi rallegro meco stesso senza limiti, mi congratulo con lei senza fine, degnissimo Sig. Gaetano Conte Marchetti Tomassi, Nobile Reatino, che finalmente sia toccata a lei la sorte felice di risolvere quel problema della vera quadratura del Circolo, per cui

Fig. *sudarono pel decoro di molti secoli gl' ingegni più elevati delle più cospicue università del Mondo erudito.*

Mosso dalle perpetue, e costanti di lei premure ad onta delle molte mie repulse, provenienti non già da genio mancante anche del minimo rispetto verso di sua Nobile, e ben educata Persona, ma bensì dalla deficiente vividezza delle verità Matematiche, dal contemplare le quali, ne sono stato distolto da lungo tempo dalla moltiplicità d' altri miei affari, e doveri; dopo la confutazione di varj altri suoi pensieri su tale oggetto, finalmente costretto dalle replicate sue premure, avendo contemplato questo suo ultimo, non trovo ragioni da opporsi, che anzi sono di parere aver Ella colpito nel mezzo, giacchè col contemporaneo moto equabile delle due rette SG, ed MI, il primo di SG circolare da G in U, finchè la
5. *retta SG cada sopra la retta SU tangente del circolo SGMA, e perpendicolare al diametro SA, e transitante successivamente dal punto G sino al punto S, sopra tutti i punti intermedj dell' arco GYS, eguale alla sesta parte della periferia del circolo, e per conseguenza GS suttesa eguale al raggio. Col moto sempre a se stèsso paralello della retta IM=GE, dal punto M fino in R, ha descritta la retta MR per costruzione eguale a GU, e perpendicolare ad MI. Questa retta MI, mentre descrive la retta MR di*

detta posizione perpendicolare, e con moto a se stessa paralello transita per tutti li punti dell' arco M L X eguale alla sesta parte della periferia, e distende diagonalmente il filo MA circondante detto arco. Quindi quando il punto I sarà caduto sopra il punto A, ed avrà descritta la retta IA eguale, e paralella alla retta MR=GU, tutto il filo circondante detto arco restarà disteso, ed avrà descritta la diagonale MA, eguale come a me pare all' arco MLX, e come da V. S. Illma viene dimostrato.

La quantità di detto filo, o retta, diagonale del rettangolo MRAI nella misura del diametro, Ella ingegnosamente trova, estraendo la radice quadrata dalla somma delli quadrati delle due rette AI=MR=GU= $=\sqrt{(GT^2+TU^2)}$ la prima GT eguale al semiraggio, e la seconda TV eguale alla differenza di SU=SG, eguale al raggio, e GE eguale alla radice quadrata della differenza tra il quadrato della retta SG eguale al raggio, ed SE eguale al semiraggio, e dell' altra retta MI=GE poco fa ritrovata.

Che se tutto ciò è vero come pare debba essere, Ella ha trovata una retta eguale alla sesta parte della periferia del Circolo, che moltiplicata per sei, il fatto darà una retta eguale a tutta la periferia, e quindi la giusta relazione (non più per approssimazione) della periferia al suo diametro, e

finalmente la giusta quadratura del circolo.

Il suo ritrovato è sì fecondo, che la Trigonometria sì piana, che sferica, l' Astronomia, la logaritmica, e tante altre teorie, e pratiche Matematiche, le saranno sommamente grate, per aver loro appianata la via certa delle giuste loro correzioni.

Dalla soprabbondanza del gaudio, di cui deve necessariamente andar ripieno il suo ben fatto cuore pel detto nuovo ritrovato, ne faccia un solenne dono al datore di ogni bene, sopraggiungendo sempre maggior perfezione, ed alle innate, ed alle acquisite sue morali virtù: mentre rallegrandomi di nuovo meco, congratulandomi seco lei senza termine, e fine, posso augurarmi l' onore di essere suo

Roma dal Convento di S. Pietro Montorio li 16. Aprile 1817.

Umo Dmo Serv. Obbmo
F. Raffaelle Maria da Roma

DELLE CURVE CIRCOLARI

1 Qui s' intendano già premesse tutte le
Fig. nozioni elementari di Algebra, e Geometria, e questi fogli si possono sostituire a qualunque libro, dove si parli dei Logaritmi.

2. Per esprimere la linea con un termine aritmetico Algebrico fu necessario dividerla in parti. Prese due linee, una sarà maggiore dell' altra, se più di quelle parti contiene, e siccome il valore delle unità è arbitrario, così il numero aritmetico può sempre indicare la lunghezza delle linee. L' espressioni v. g. 20, e 10 mostrano la prima linea il doppio più grande della seconda.

3. Le parti in cui si divide la linea sono arbitrarie; dunque una stessa linea si può esprimere con diversi numeri senza alterare la sua dimensione.

4 Il paralellogrammo è un composto della base, moltiplicata per l' altezza. Il quadrato è il prodotto della base in se stessa.

5 La linea, si dice incomensurabile, se la grandezza della parte, che si è presa per misurarla, non vi si racchiude esattamente. Fat-
1 to il triangolo rettangolo isoscede NAO, e preso NA = 6, avremo $NA^2 = 36 = NPRM = \frac{NO^2}{2}$

$NP.NO = \frac{NO.NO}{2}$, non vi è espressione aritmetica, che sostituita ad NO, dia il paralellogrammo 36. Vi sono dunque delle quantità eguali geometricamente, ma che non si possano esprimere con l'aritmetica, e sotto le divisioni stabilite in una linea, ed *omogenee*.

6. Queste idee pongono in vista al Geometra, che le radici *incommensurabili*, *ed impossibili* esistono, perchè l'esattezza del calcolo vuole, che le unità siano sempre *omogènee*.

7. Tre quadrati in proporzione aritmetica hanno le radici commensurabili. Siano i quadrati MU, MS, MO, avremo lo spazio BCURQS = NBSQHO = NB. (NO + SQ) = BC. (BS + UR), dunque BC : NB = NO + SQ : BS + UR, ma NO = NB + BC + CM, SQ = BS = BC + CM, UR = CM, sostituendo si ottiene BC : BN = NB + 2BC + 2CM : BC + 2CM, e ridottta $BC : BN = \frac{BN + 2BC + 2CM}{BC + CM} : 1$; ma l'unità in una proporzione geometrica è sempre commensurabile, perchè può ivi essa ricevere qualunque espressione (3), dunque tre quadrati in proporzione aritmetica hanno le radici commensurabili. Siano li quadrati 4, 100, 196, la differenza é 96, le radici sono 2, 10, 14, e questi valori si possono sostituire alla proporzione geometrica. Se i quadrati fossero 49, 121, 193, si avrebbe la differenza 72, e le radici $7, 11, 13\frac{24}{26}$ sono commensurabili da $\frac{1}{26}$. So-

Fig. stituita peraltro la frazione alla proporzione geometrica si avrebbe un' errore, quando tutti li termini non si portassero alla stessa espressione (1) (5),

8. Concepirono i Geometri esser la periferia un poligono d'infiniti lati, simile idea non corrisponde alla definizione della curva; produce solo ne' nostri sensi un inganno; il Filosofo lo conobbe, e nell' analisi trascurò sempre un piccolo errore. Il circolo è maggiore del poligono iscritto; questo, e non quello delinea il calcolo differenziale con i suoi infimitesimi.

9. Considero la periferia una linea flessibile capace di essere rettificata.

10. La metà della periferia AMFB per effetto della flessibilità formi sopra il diametro
2. AB un isoscele acuto ASB (1). Il lato AS, che corrisponde alla quarta parte della periferia, deve esser minore del diametro AB (1). Staccate queste due linee AS, SB posso costruire con le medesime un triangolo rettangolo isoscele XTY, sarà questo la metà di un quadrato, il di cui perimetro, *sebbene incognito*, pure è certo, che corrisponderebbe al-
la periferia del circolo, ma $XT^2 + TY^2 = YX^2$, essendo AB > TX (= AS,) potrà anche AB essere un catetto dell' ipotenosa XY, detto l'altro catetto minore Z, avremo $AB^2 + Z^2 = YX^2 = XT^2 + TY^2$, dunque è sempre certa la propor-

Fig. zione aritmetica $AB^2 : XT^2 = XT^2 : Z^2$ ma AB rappresenta il diametro, TX la quarta parte della periferia; dunque il diametro non è incommensurabile con la periferia (7), come avevano ideato, e supposto i Geometri, dopochè videro vani, ed inutili tutti i loro tentativi nella dimensione esatta del circolo.

11. Fino a questa epoca per descrivere un circolo non si dava altro mezzo, che fissare
3. il compasso nel centro, ed aperto, girarlo regolarmente. Questo metodo rendeva a mio credere sempre impossibile la sua dimensione. Esaminata attentamente la natura della curva, conosco, che può segnarsi da due rette collocate alla estremità del diametro, e fisse ad un perno mobile, sopra delle quali linee trascorra altra simile, eguale al diametro, e sempre con moto a questo paralello. La corda AS=OS=DO=AC sottintende 60° (1), dunque l'angolo SAB=60°. Prolungate in F, ed E le due estremità S, O, ed avvicinata la retta FE con moto paralello al diametro, avremo SO, LH, MN paralelle ad AD. Siccome AS, AL, AM, DO, DH, DN sono lati di un'angolo alla periferia SAB, ODG, che si avvicina al retto GDP, BAR così i punti A, M, L, S, O, H, N, D giaciono nella periferia, ed essendo SO, LH, MN corde del circolo ASOD, l'intersezione delle linee si fa sempre sulla periferia del circolo.

12. Per descrivere il circolo con questo mez-
4. zo, e riuscirvi regolarmente con un moto con-

Fig. tinuato, girino sopra due perni A, S le due verghe di metallo AS, BO, la paralella al diametro MN sia similmente di metallo, ed un poco pesante. Queste tre verghe abbiano nel mezzo un traforo della grossezza di una linea, e lungo in MN quanto il diametro AB, in R, R vi siano due perni mobili, che uniscano le paralelle, e trascorrano per i trafori delle verghe. Come la linea BO, AS si avvicina alla perpendicolare AM, BN, cala MN sempre paralella al diametro, e l'indice R descrive la periferia.

13. Una retta può essere eguale ad una curva, dunque non è impossibile, che sia la diagonale di un paralellogrammo. Se questa per
5. ragione della flessibilità (9) divenisse curva circolare, fatto immobile il punto M, con l'altra estremità si deve avvicinare all'angolo retto I, e cadere in un punto della retta AI, che fin'ora essendo incognito lo dico X. Dunque AI − AX = IX sarà l'ascissa, IM la metà dell'ordinata, la curva circolare MLX = AM.

14. Data la semiordinata, e l'ascissa si determina il raggio, perchè unite ad angolo retto competono ad un solo circolo. (1) Si è supposto di sopra, che la retta AM, diagonale del paralellogrammo MRAI, sia la retta ricercata eguale alla curva MLX, questa come eguale può circulare su tutto l'arco MLX, ed il punto A in tale ipotesi caderà in X determinando il circolo a cui compete l'ascissa IX, e la semiordinata IM.

15. Immagino, che l'arco GYS sia di 60°, allora sarà ivi GS eguale al raggio (1), nel descrivere la corda GS (con il nuovo metodo) il circolo, quando sarà passata in SU, e sarà divenuta perpendicolare ad AS averà descritto tutto l'arco GYS. Se la perpendicolare MI passa con moto paralello a se stessa in AR, nel medesimo tempo, che MR giunge con moto paralello a se stessa in AI, l'intersezione continua di queste linee ad angolo retto produce la diagonale AM (1). Per l'arco SYG di 60°, l'angolo fatto dalla tangente US, e dalla corda SG è eguale a 30°, e dà l'isoscele GSU; preso il centro C, ed O con il raggio SG, si segni l'angolo MOR= ICA=GSU=30°, e le corde MR, AI siano paralelle, ed in conseguenza diverranno una parte delle stesse paralelle già stabilite TR, ed AS; nel tempo, che SG passa in SU, i raggj MO, CI si avvicinano ad OR, e ad AC, e spingono la retta IM sempre con moto paralello a se stessa, fino che la trasportano in RA. Tutto ciò essendo eseguito nell'istesso tempo dalle rette MO=IC=GS, *mentre la retta TR scende paralella ad SA*, ed ivi giunge nel momento, che GS, MO, IC si sono confuse con SU, OR, AC. Ma con questo moto, GS ha descritta una curva GYS; MI una diagonale AM nel paralellogrammo MIAR, formato con la metà dell ordinata di 120°. e la corda di 30°, dunque la corda di 30°=UG= MR=AI sarà il lato del paralellogrammo cer-

Fig. cato, la di cui diagonale è sempre eguale all' arco di 60°. Detto l'arco qualunque GYS=a, la corda dell'arco GYS=b, la semiordinata d, avremo $a = \sqrt{b^2 + d^2}$ (1) Se GYS fosse eguale a 60°, detto il raggio r, sarà $a = \sqrt{\frac{3}{4}r^2 + \frac{1}{2}r + x^2}$, con la qual formola, moltiplicata, o divisa per un dato numero, si verrà in cognizione dell'arco maggiore, o minore. Tutto questo è evidente per costruzione, come simili, ed eguali per costruzione si riguardano due semicircoli descritti dalle due estremità del diametro, che girando sul centro, segnano quelli nell'istesso tempo, e con l'istesso moto in parti opposte. Paralelle per costruzione si stabiliscono due linee. La dimostrazione non ha ingresso, dove si trova l'evidenza, e la misura esatta. Ed ecco come si possono conciliare li risultati delli Geometri Italiani, opposti a quellli del Gran Nevvton, e del Sig. Alambert, ed ambedue già dissi nella Prefazione esser veri.

16. La corda Ss' sottintende 120°, dunque
3. AB=BC=SY perchè SY è la metà del raggio, e fatto il raggio AS=7, averemo AB=$3\frac{1}{2}$, $BS^2 = AS^2 - AB^2 = 6\frac{3}{48} = \frac{291}{48}$, RF=RA−FA =AS=AF=$7 - \frac{291}{48} = \frac{45}{48}$, ma $RS^2 = RF^2 + FS^2 = \frac{30249}{2304}$ estratta la radice RS=$173\frac{\frac{16}{173}}{48}$ ==

$= \frac{30945}{7304}$. Si è dimostrato, che AMS è eguale alla diagonale di un paralellogrammo in cui un lato sia SB, l'altro RS, dunque AMS $= \sqrt{RS^2 + SB^2} = \sqrt{\frac{957593025}{53348416} + \frac{84681}{2304}} =$

$\frac{32478755190864 91}{4401753306162 40} = 7 \frac{166648204772811}{4401753306162 40}$

17. La periferia si divide in 360° (1). Il diametro 14 ha dato l' arco di 60° $=$

$7 \frac{166648204772811}{4401753306162 40}$, e siccome 6. 60° $=$

360°, così $7 \frac{166648204772811}{4401753306162 40} . 6 =$

$44 \frac{5476728370219 3}{2200876653081 20} = 360°$. Detto il diametro 1, avremo $14 : 1 = 44 \frac{5476728370219 3}{2200876653081 20} :$

$X = 3 \frac{4949426223184 33}{3081227315313680}$. Quando dunque il diametro sia diviso in parti 30812273 15313680, sarà la sua periferia 97386245682 59473.

18. Qualunque figura rettilinea si può risolvere in triangoli, ma il triangolo è sempre circoscritto da un circolo, dunque qualunque lato di una figura si conosce con il circolo. E' sempre certa la proporzione GFQ : ACB =
4. PQ : PB; se GQ = CD, saranno li gradi, che sottintende nel circolo maggiore, al numero delli gradi, che sottintende nel circolo minore, come

PQ : BP. Con la descrizione del circolo è noto il raggio PB. GQ = 2 PQ = 2X, ed avremo CLD : 180° = X : PB. I Geometri si prevalevano delle tavole logaritmiche, dove oltre l'inviluppo, e difficoltà della pratica, si trascura un piccolo errore, indicando la misura per approssimazione.

19. Un triangolo da un solo circolo può essere circoscritto (1), ed il raggio è sempre eguale alla corda di 60°. Se si conosce il valore di uno, o più gradi, si moltiplichi sino che si ravvisa il valore di 60°; indi per conoscere la sua corda, si farà la proporzione con il raggio 7, e l'arco $7 \frac{166648204772811}{4401753306162 40}$ (17)

20. Due lati, ed un'angolo; un lato, e due angoli fissano la dimensione del triangolo, da cui si deduce, e si stabilisce il raggio per circonscriverlo con un circolo. (18) Se é noto l'angolo DHC, ed il lato CD, si sa anche il numero delli gradi CLD, e siccome l'incognita cade nel quarto termine, così è facile il rinvenirla. Ecco un mezzo facile, spedito, e sicuro per conoscere le distanze, le altezze; utile alla livellazione, alla Nautica, alla Astronomia, Planimetria, Balistica, ed a tutti quelli usi, a cui è diretta la Geometria.

21. Rettificata la periferia del circolo, se divenisse eguale al perimetro di un quadrato, la superficie di questo è sempre minore di quella del circolo. Come già si sapeva, che dato un triangolo eguale ad un rettangolo,

non ha eguale il perimetro, e fatto eguale il perimetro, non è sempre eguale la superficie. La metà del raggio moltiplicata nella periferia, dà la superficie del circolo (1)

22. La metà della periferia posta alla base, e moltiplicata per *l'apotema del Cono*, dà la superficie di esso. Trovò Archimede essere questo alla sfera iscritta, come 9 : 4, dunque detta la superficie del Cono A, avremo 9 : 4 = A : X, e questa incognita mostra la superficie della sfera, da cui si deducono altre maggiori, o minori. (1)

23. Quando si sà la superficie generatrice di un solido, e la strada, che percorre il centro di gravità, con il metodo già prescritto dal Sig. Guldini, si precisa la massa di qualunque solido, e non sembra doversi più oltre estendere questa prima parte.

Fine della Prima Parte.

PARTE SECONDA
DELLE
TRE SEZIONI DEL CONO.

24. Le principali curve, che si presentano
Fig. in primo luogo per l'uso, e per le proprietà sono le tre sezioni del cono. Se il cono si ta-
6. glia in una direzione paralella ad un lato, o sia, che l'angolo CAB+PEA = 180°, la sezione PE è *parabolica*, la quale ha due rami infiniti eguali, che si allontanano sempre più l'uno dall'altro.

Se l'angolo PEA+EAB < 180°, la sazione è *ellittica*, *rientrante*, *e chiusa*.

Se PEA+EAB > 180°, la sezione è *iperbolica*. Per avere nell'iperbola una sola figura rientrante, e chiusa fu necessario collocare al vertice un'altro cono.

25. Nella parabola *l'asse* passa per il vertice, ed è indefinito, quelle rette, che formano sull'asse un'angolo retto, e terminano nel perimetro, si dicono *ordinate*, la parte dell'asse, che esiste tra il vertice, e l'ordinata, si chiama *ascissa*.

26. Data uua parabola, si cerca una superficie quadra eguale alla medesima, e l'estensione del suo perimetro, o sia il modo di ret-

Fig. tificare la linea curva ABC. Il cono è un aggregato d'infiniti circoli concentrici, li quali erano espressi nel circolo massimo posto alla base, e che si sono inalzati lungo l'asse. La sezione parabolica, ne taglia molti, dunque le ordinate della parabola corrispondono, e sono eguali alle ordinate delli diversi circoli concentrici. Le ascisse tanto nella parabola,
7. che nel circolo massimo posto alla base, sono diverse. Rettificato il semmento circolare posto alla base (16), e misurata la superficie, si riduca ad un quadrato detto a^2, Volendo un paralellogrammo eguale, in cui un lato sia l'ordinata AC, faremo $AC.X = a^2$, dunque $X = \frac{a^2}{AC}$. Fatto il paralellogrammo dello spazio parabolico ABC, eguale ad AC.Y, avremo AC.X: $AC.Y = X : Y = \frac{a^2}{AC} : Y$, dunque la curva parabolica, alla curva del semmento circolare posto alla base, sarà come X:Y (1), o sia come l'altezza delli paralellogrammi, supposta costante la loro base, ed eguale alla commune ordinata AC.

27. Dalla superficie del cono CAD, sotratto UAE+2UPE nasce la superficie dell' *Ugna parabolica* PED,CUP. La periferia del circolo UE si è già rettificata, (16) il perimetro delle due parabole PE, UP si cono-
8. sce, dunque tanto la superficie, che la solidi-

Fig. tà dell' *ugne* paraboliche esattamente si possono misurare.

28. *I quadrati dell' ordinate alla parabola, sono fra loro come le respettive ascisse*. Fatto un paralellogrammo con le ordinate, e le ascisse, si hanno due figure simili, ma le figure simili sono come il quadrato delli lati omologhi (1), dunque l' ordinata, o sia la base del paralellogrammo A, all'altezza, o sia l' ascissa; come la base, o ordinata di un' altro paralellogrammo B, all' altezza, o sia ascissa, ed ambedue sono tra di loro, come il quadrato dell' ordinata A, al quadrato dell' ordinata B.

29. In una parabola non possono aversi due ordinate eguali, perchè tali sarebbero anche le ascisse.

30. Quando l' ascissa è quadrupla dell' ordinata, l' ordinata chiamasi *parametro*, il punto dove questa ordinata tocca l' ascissa dicesi *fuoco*.

31. Se nel vertice della parabola si tirasse una tangente paralella alle ordinate, dai Geometri si chiama *Direttrice*, e l' allontanano dal vertice della parabola la quarta parte del parametro, o sia il doppio di quell' ascissa.

32. Un *punto del perimetro è egualmente distante dal fuoco, e dalla direttrice*. Sia dato un punto qualunque O su cui inalzata
9. la perpendicolare O R, e prolungato il parametro in G, avremo il paralellogrammo G R M N diviso da due diagonali, sarà R B=B N,

Fig. (1), dalla intersezione B mandata in O la linea OB, l'angolo RBO=BON+BNO, similmente l'angolo OBN=ORB+BOR, dunque la linea RO=ON (1)

33. Da questa proprietà insegnano i Geometri il metodo per delineare con un moto continuato la parabola. Fissata nel fuoco l'estremità di un filo, trascorra l'altra sulla direttrice nell'istesso tempo, che un'indice posto nel mezzo segni il perimetro.

34. Qualunque linea interna paralella all'asse dicesi *diametro* della parabola.

35. L'angolo, che forma l'Apotema del cono nel suo vertice, tocca con li due lati tutti li diametri delli diversi circoli, che lo compongono; trasportato sull'asse della parabola diviene tangente di quella ultima ordinata massima; le altre hanno sempre un'angolo maggiore.

36. Segnata la tangente, l'angolo RMS=MTF, FMS=TFM, ma MF è la distanza del diametro dal fuoco; dunque tutti quelli
10. raggi luminosi, o caldi, tutte quelle vibrazioni sonore, e ciò che gode di un'angolo di riflessione eguale a quello d'incidenza, si riflette, nella parabola, sempre al fuoco.

37. Le ordinate nella parabola AB sono quelle medesime, che esistono nel semmento, o semicircolo AC, fatto AB=BU, AM=SC,
11. saranno UM, AU (=SF) tangenti dell'ordinata in A, o sia del diametro SC: siccome AB è l'ascissa, AU la suttangente, così la

Fig. suttangente è doppia dell'ascissa. Come le ordinate si avvicinano al vertice, l'angolo delle due tangenti si deve accrescere (31), per avere questo aumento, supposta la tangente in H, si averà l'angolo AMH=OMU, e siccome l' angolo ABC=SFC=AUM, AB=BU, AC=CM, dunque AU=AM, ed ecco AH=OU, e resta la suttangente sempre doppia dell'ascissa.

38. La normale MQ è doppia della perpendicolare FI, dal fuoco trasmessa sulla tangen-
12. te TM. Il triangolo FIM=IMG (32); ma FG è paralella a QM; TQ a GM; dunque 2FI =QM.

39. La sunormale PQ è eguale alla metà del parametro, per li triangoli simili CFG, PQM, CF=PQ. Dalla metà dell'ordinata, e dalla metà del parametro unita ad angolo retto, si rileva un circolo (18) nel di cui diametro è la normale.

40. Le suttangenti sono doppie delle ascisse, dunque sono come le ascisse. Le distanze dal fuoco sono eguali alle distanze dalla direttrice, ma le distanze dalla direttrice includono la quarta parte del parametro, sottratta questa quarta parte, si hanno le ascisse. Dunque le suttangenti sono come le distanze dal fuoco.

41. Dato il parametro AB, $MB^2+MC^2=AB.$
13. MB, la normale $CB^2=MB^2+CM^2=AB.MB.$ Le ordinate sono come le ascisse; le ascisse

Fig. ome le distanze dal fuoco, la sunormale é costante, dunque la *normale a qualunque punto della parabola è media proporzionale tra la distanza dello stesso punto dal fuoco, ed il parametro.*

42. Se il fuoco, ed il diametro qualunque si unisca con le linee MF, MB, vengono chiamate *raggi vettori*. Dal punto dove la nor-
14. male incontra l'asse, tirando alli raggi vettori le perpendicolari ND, NB, sara per li triangoli simili MBN, MND, MD = MB = PN $= \frac{p}{2}$, o sia la metà del parametro (39) p

43. L'ascissa UM moltiplicata per il para-
13. metro AB, è eguale al quadrato della semiordinata, (30) nella parabola le semiordinate sono come le ascisse, dunque il quadrato della semiordinata è eguale al prodotto del parametro nell'ascissa.

44. Il perimetro della parabola è composto da diversi circoli, che differiscono in proporzione aritmetica, come li loro raggi. Un'ordinata, che riposi sopra due circoli egualmente lontani da un punto, potrà calare dalle sue estremità due paralelle all'asse, una paralella si può calare dal punto, che si è fissato nel mezzo, ecco tre diametri paralelli, date le ordinate paralelle tra di loro, avremo sempre, che il diametro le divide in due parti eguali.

45. Le ascisse del diametro sono tra di loro, come il quadrato delle semiordinate. Le

Fig. ordinate del diametro essendo successivamente maggiori, in qualche punto sono eguali alle ordinate dell'asse; siccome le ascisse in quel dato punto sarebbero diverse, dette A, B le ascisse dell' asse, a, b quelle del diametro, sarà $A:a=B:b$, alternando $A:B=a:b$, ma A : B, come il quadrato delle loro semiordinate (28), dunque anche nel diametro le ascisse sono tra loro, come il quadrato delle semiordinate.

46. Fatta l' ascissa alla metà della sua ordinata, come la metà dell' ordinata ad una terza proporzionale, che si chiama *parametro*, del diametro, avremo il quadrato della metà dell' ordinata eguale al prodotto del parametro nell' ascissa.

47. Fatto il parametro dell' asse eguale p, l' ascissa eguale X, il parametro del diametro eguale q, si tiri dal vertice della parabola al
15. diametro, la semiordinata RA, sarà RA = MT, ed MR = TA = AP, ma $MT^2 = MP^2 + TP^2 = pX + 4X^2$ (43) siccome $p = 4NA$, $X = AP$, dunque MT^2, o sia $RA^2 = 4NA.AP + 4AP^2$, ma $RA^2 = MR.q = AP.q$, dunque $4NA.AP + 4AP^2 = AP.q$ e dividendo per AP^2, $4AN + 4AP = 4DN = 4MF = q$, dunque *il parametro del diametro è eguale a quattro distanze del fuoco dal vertice del diametro*.

48. Quelle proprietà dunque, che ha la pa-

Fig. rabola con l'asse, si dimostrano sul diametro, e le sue ordinate.

49. Dato l'asse, ed il parametro di una parabola, trovare il diametro, che formi con le
16. ordinate un'angolo stabilito *v. g.* di 60°. Fatto l'angolo TFU = 60°, si tiri dal fuoco F il parametro del diametro indefinito QU. L'angolo delle due tangenti MT, TS, e delle normali MO, OS deve essere eguale a 180°, (1) 2 MTF = 120°, dunque l'angolo MOS sarà 180° − 120° = 40°, l angolo AMO opposto alla sunormale é eguale 90° − 20° = 70° (1), ma la sunormale è sempre eguale alla metà del parametro; dunque con il metodo prescritto (18) si trova la normale. La distanza dal fuoco è alla normale, come la normale al parametro; cogniti l'ultimi tre termini, facilmente si trova il primo, in conseguenza la distanza dal fuoco, l'origine del diametro, ed il suo parametro.

50. Dato il parametro, del diametro MR, l'origine del medesimo M, l'angolo delle ordinate RQU, trovare l'asse della parabola, ed il suo parametro. Tolta la quarta parte del parametro dato, si averà cognizione della distanza dal fuoco F dal punto M, ivi segnata; una linea con l'angolo TFU = MQU sarà essa paralella al diametro. E' necessario trovare il vertice P della parabola. L'angolo QMF = 180° − 2 MQF, perchè MF = MQ, dunque si trova (18) il lato QF = MT, ecco un rettangolo, in cui é cognita l'ipotenosa, l'angolo

Fig. MTA, onde si trova facilmente l'ordinata MA, e la suttangente TA (18). L'ordinata MA è catetto di un rettangolo, in cui l'ipotenosa è sempre MF, dunque si conosce la distanza FA. La suttangente è doppia dell' ascissa; tolto dunque dalla metà di TA, FA resta cognito FP, eguale alla quarta parte del parametro, ed in P è il vertice della parabola.

DELL' ELLISSE.

51. Si è già mostrato, che se l'angolo della sezione fatta in un cono, sommato con l'angolo al vertice, fosse minore di 180°, la sezione si dice *Ellisse*, o figura *rientrante, e chiusa*. Nell'ellisse vi sono due assi, che passano per il centro; quello che tocca il vertice dell'ellisse si dice asse *maggiore, o traverso*, l'altro che passa per il centro, ed a questo è perpendicolare si chiama asse *minore, o conjugato*.

52. Per conoscere la superficie di un' ellisse, e rettificare il perimetro, si segni un cilindro, che abbia il diametro eguale all'asse minore AC; l'altezza BC sia fissata dalla diagonale AB, eguale all'asse traverso. Di-
17. viso questo cilindro AMBC con la sezione, e linea AB, apparirà ivi l'ellisse data, posto in quadro, o il perimetro del circolo, o la superficie; diviso il paralepipedo in due parti eguali dalla diagonale AB si averà, ora la

Fig. superficie eguale all' ellisse data, ora il perimetro di quel parallellogrammo è eguale al perimetro dell'ellisse, in corrispondenza della rettificazione seguita in quelle quantità diverse. (21)

53. Nella sezione di questo cilindro AB, si osserva lo spazio ASC (N°. 1.), entro di cui sono quelle ordinate, che può contenere il semicircolo ABC, e fatto lo spazio ABC: ASC=UB: US si verrà in cognizione della superficie ellittica ASC, da cui si rileva il perimetro, come si è praticato sulla parabola (26).

54. Da ciò facilmente si deduce la superficie del cono superiore, o inferiore alla sezione, giacchè rettificato il circolo alla base, e reso il cono una piramide, si prende nella medesima un perimetro eguale all' ellisse, da cui con il solito metodo (1) si trova la superficie superiore, o inferiore, avvertendo sempre quello si è detto al N° 21., e 52.

55. Nella ellisse *li quadrati delle semiordinate all' asse maggiore, sono alli prodotti delle loro ascisse, come il quadrato dell'*
18. *asse minore, al quadrato del maggiore.* Descritto un circolo con il raggio eguale alla metà dell' asse maggiore AB, le ordinate SP corrispondono alla base di un cilindro, il di cui diametro sia 2cu, dunque le medesime ordinate SP, sono ordinate di un circolo, il di cui diametro sia l' asse minore 2cu, dunque SP: SM = cu: CA, la metà è come il

Fig. tutto SP : SM = 2 cu : 2 CA inalzando tutto a quadrato, avremo $SP^2 = SM^2 = 2cu^2 (= RU)^2 : AB^2$, ma $SM^2 = SB.AS$ (1) dunque, ec.

56. Li *quadrati delle semiordinate all' asse minore, sono ai rettangoli delle loro as-*
19. *cisse, come il quadrato dell' asse maggiore al quadrato dell' asse minore*. Descritto un circolo, con la metà dell' asse minore, è formato un cilindro; con la metà dell' asse maggiore, e sul centro C descritto un circolo PSQ, avremo MN : DC = ON (= RL) : PC, ma MN : 2DC = ON : 2PC, dunque ON : MN = PQ : AB; inalzato tutto a quadrato $ON^2 : MN^2 = PQ^2 : AB^2$, ma $MN^2 = AN.NB$ (1) dunque ec.

57. Se sulla estremità dell' asse minore, si fissi il centro di un circolo, il di cui raggio sia eguale ad AC, l' intersezione di questo
20. circolo sull' asse Aa indica i due fuochi F, f, da cui ne deriva, che il semiasse minore è medio proporzionale tra le distanze dell' uno dei fuochi alli due vertici dell' ellisse, descritto un circolo con il raggio CA, ed al punto B tirata la tangente MN, sarà MF = BC, perchè il raggio AC = FB = MC. Dunque AF : BC = BC : Fa, se FC = CB, sarà (Fig. 17: 2) AO = FT, ma fatto AO = TO viene FT = OT = AO, dunque BC indica, e corrisponde all' asse intercetto tra li due fuochi, siccome AT è il semiasse maggiore, così può essere anche TO < AO.

Fig. 58. Siccome FM è un'ordinata all'asse maggiore, ed include il parametro FP, si è trovato $FP^2 : AF . Fa = BC^2 : AC^2$ (55) ma AF. aF = BC^2, sostituendo avremo $FP^2 : BC^2 = BC^2 : AC^2$, estratta la radice, e duplicata si conosce, che il parametro *è terzo proporzionale alli due assi maggiore, e minore.*

59. Le linee FB, Bf nell'ellisse si dicono *raggi vettori*, partono dalli due fuochi, e possono terminare in qualunque punto del perimetro.

60. *Li raggi vettori sommati, sono sempre eguali all'asse maggiore.* Fatto centro nelli due fuochi F, f, con il raggio eguale all'
21. asse maggiore si descrivono due circoli. Uniti li due raggi CF, Df sul vertice dell'asse minore, formerebbero ivi un'isoscele, e l'intersezione sarebbe nel mezzo di essi. Variando posizione, ed andando *v. g.* verso sinistra, tanto l'angolo iFf si accresce, quanto l'angolo Ffi si diminuisce; dunque non si altera quello formato con l'intersezione sul perimetro dell'ellisse. Il moto di FC sul suo circolo CA, e di fD sul suo circolo DQ fa conoscere, che tanti gradi perde un'angolo, quanti l'altro ne acquista: ed essendo CF = Df se l'angolo *v. g.* fiF portato sull'asse minore dava i residui fuori del perimetro eguali, o sia fi = iC, sarebbe stato ivi fiC un isoscele, e questo isoscele deve continuare nel

Fig. cambiamento di posizione, perchè l'angolo sul perimetro è costante. L'angolo O f Q = O D Q + D O M, ma F C O = F O C = D O M, dunque l'angolo i f C > f C i in conseguenza non essendo isoscele, l'angolo f i C non si trova sul perimetro, e dovendo sempre aversi lo spazio i f = i C, ne risulta, che in qualunqne punto del perimetro lo spazio F i + i f = F C, o sia all'asse maggiore.

61. Da questa proprietà dell'ellissi, legata l'estremità di un filo eguale all'asse maggiore alli due fuochi, con un stilo portato in giro sotto del filo, si segna il perimetro.

62. Nella ellisse per condurre una tangente ad un punto qualunque A, si tirino le linee F O, F S, F P; quanto più si allontanano
22. esse dal vertice *i*, tanto sono maggiori perchè crescendo l'angolo O F i, cresce il catetto, ed in conseguenza l'ipotenosa F O, F S ec. Siccome l'origine di queste due linee disuguali è sempre nel punto F, così la differenza si conosce nella parte opposta. Se fossero dunque divise in due parti eguali da una perpendicolare, prolungata non può incontrare un altra linea all'istesso modo. Nelle linee F O, F S, F P si formano gli angoli B A F, B C F ec. da cui è stabilito il perimetro, siccome A O = F A (60) così diviso F O in due parti eguali dalla perpendicolare A Q sarà questa la tangente del punto A. L'angolo B O F = B S F, se la linea A Q incontrasse il perimetro in altro punto, F O sarebbe paralella *v. g.* ad

Fig. FS; il che è impossibile, perchè FA è ipotenosa delli catetti Ai', ed Fi.

63. Essendo l'angolo OAi=FAi=HAB si deduce, che tutti li raggi luminosi, caldi, vibrazioni suonore, partendo da un fuoco F, ed incontrando l'ellisse, si riflettono nell'altro fuoco B.

64. Data un'ordinata CD, l'angolo CBD è sempre visibile; sottratto da 90°, si conosce l'angolo BCD, il di cui contiguo DCS= 180°— BCD=2 DCM, nel rettangolo dunque
23. DCM sono noti tutti gli angoli, ed un catetto DC, da cui si rileva la sua ipotenosa CM, la suttangente DM (18), sottratto l'angolo DCM da 90°, si trova l'angolo PCD, ed ecco nuovamente un rettangolo, in cui si sanno tutti gli angoli, ed un lato DC, dunque si conosce la sunormale PD, e la normale, o ipotenosa CP.

65. La tangente della ellisse è tangente di un circolo descritto con l'asse minore. Inalzato il circolo perchè componga il cilindro, (52) s'inalza la tangente, e prende una inclinazione sulla base del cilindro, simile a quel-
24. la dell'asse maggiore, ed avremo sempre FC= CB (57), dunque il fuoco F, f corrisponde nella base al punto M, M: il punto B cade (N.° 2) sul centro C, la tangente in T, la sua paralella è CO, il raggio vettore qualunque sarà MT, ma il centro s'inalza sopra la tangente quanta è la distanza dal fuoco (57) dunque il centro, o linea CO paralel-

Fig. la alla tangente sarà in un piano o più elevato, o più depresso, quanta è la distanza dal fuoco, ed il raggio vettore passando da un piano all'altro, sarà eguale ad una diagonale, in cui un lato è CT, l'altro eguale alla distanza dal fuoco, ed eccolo eguale alla metà dell'asse maggiore, o sia ad MU (57), dunque l'intercetta tra la tangente, e la paralella mandata dal centro al raggio vettore, è eguale alla metà dell'asse maggiore, o sia (N°. 3.) se TH è paralella ad OC, CR=OT.

66. *Se dalli due fuochi si conducano due normali alla tangente, avremo il prodotto di queste, eguale al quadrato del semiasse minore*. Quando la tangente BM tocca l'ellis-
25. se forma con l'asse maggiore prolungato l'angolo SBM, dalli due fuochi f, F tirate alla tangente le perpendicolari FR, fG sono esse paralelle. Il contatto della tangente si eseguisce in un cilindro descritto con l'asse minore (52), ed il centro di quel circolo orizontale corrisponde sempre all'asse, che passa per il centro dell'ellisse, ma dal centro di un circolo trasmesso un raggio alla tangente è a quella sempre perpendicolare, siccome CA è eguale al semiasse minore, CF=Cf, avremo FR:CA=CA:fG da ciò non si può dedurre, che la normale sia eguale al raggio, o al semiasse minore. Il piano dove si vole la normale non è nel circolo, ma nell'ellisse, o sia nella sezione delli diversi circoli, che compongono il cono.

Fig. 67. Una retta, che passa per il centro, e termina alli due punti opposti della curva, dicesi *diametro*. Due diametri eguali, e paralelli a due tangenti opposte si dicono *conjugati*, le linee paralelle alla tangente sono le *ordinate al diametro*.

68. Tutti i paralellogrammi circoscritti all' ellisse sono eguali tra loro, formato il paralellogrammo delli due assi, possono costruir-
26. si altri, un lato del quale sia minore di A C, l'altro maggiore di BC. In tal caso la base del primo, e alla base del secondo in ragione inversa delle loro altezze. Questi lati nell' ellisse corrispondono sempre al diametro, e tanti possono essere di numero, di quanti punti CB differisce dalla linea AC, perchè alla tangente è sempre eguale, e paralello il diametro.

69. Ogni ellisse ha eguali i due diametri conjugati. Si prolunghi l'asse maggiore, sino che incontra la tangente AM, siccome è a questa paralello il diametro conjugato SP,
27. avremo l'angolo SAC=CAM, ma il conjugato SP da l'angolo SAC=ACM, ed il lato AC è comune, dunque SC=AM=CM.

70. Tutte le ordinate al diametro sono da quello divise in due parti eguali. Il diametro conjugato divide in due parti eguali l'ellisse, in conseguenza anche (52) il cilindro, dunque il diametro dell' ellisse corrisponde nella posizione ad un diametro del circolo, descritto con l'asse minore, e con quello si unirebbe

se cadesse sulla base. Due quadranti del circolo corrispondono alli spazi, che divide il diametro sopra l'ellisse, ma nel circolo le paralelle al diametro, sono divise in due parti eguali dal raggio, che divide in due quadranti il semicircolo; dunque anche nell' ellisse le paralelle al diametro sono divise in due parti eguali dal conjugato.

71. Dati due assi, trovare due diametri, che formino tra di loro un'angolo qualunque P, il paralellogrammo delli due diametri è eguale a quello degli assi, e si può ridurre ad un quadrato; diviso questo da due diagonali si hanno quattro rettangoli isosceli; detta la quarta parte di quella superficie A, si formi un rettangolo, in cui un' angolo sia eguale $\frac{1}{2}$p, si conosce allora il lato opposto (18), stabilita così la base, colla metà dell'altezza fatta la moltiplicazione, si vede, se il prodotto corrisponde alla superficie A, con la regola di falsa posizione si corregge, e trovata la superficie con esattezza, l'ipotenosa sarà eguale al diametro cercato, e sotto l' angolo P.

72. Dati due diametri, e l' angolo P, volendo rinvenire li due assi, il metodo che si deve praticare sarà il medesimo.

DELL' IPERBOLA.

73. I Geometri dopo Cartesio ogni punto della curva qualunque lo riferiscono a due rette, che chiamano linee, o asse delle ascisse, li-

Fig. nee o asse delle ordinate. Il rapporto tra le ascisse, e le ordinate, e la sua espressione analitica dà l'equazione della curva. Le ascisse, e le ordinate corrispondenti con un solo vocabolo si chiamano *coordinate*. L'origine delle ascisse si può prendere al centro, o al vertice della curva, le quali potendosi ricavare d'ambedue li lati, riescono sul calcolo altre positive, altre negative.

74. Nell'Iperbola l'asse delle ascisse, e delle ordinate, o sia le *coordinate* per la loro posizione, e natura, danno due curve opposte, ed eguali. Fu detto, che due coni opposti al vertice, e tagliati in un punto paralello all'asse formavano subito l'iperbola: potrà ora aggiungersi, dunque l'Iperbola non si può costruire, e ricavare da un solo cono. La sezione fatta nel cono dà subito una curva Iperbolica, ma siccome lo scopo di Cartesio, che applicò in modo maraviglioso l'algebra alla Geometria fu di esprimere con equazioni le leggi, con cui una curva fu descritta, e di diriggere l'analista tanto nella descrizione delle curve di cui ha l'equazione, quanto nella ricerca delle loro proprietà, giova, e fu necessario per applicare questo metodo sostituire, e mantenere un cono opposto, il che lo ricerca, e domanda necessariamente l'equazione della curva.

75. Data la corda DC, e li gradi, che sottintende, si sa il raggio del circolo, che for-
28. ma la base del cono (18., 19.); l'ascissa

Fig. AB presa dal centro, dicesi *semiasse minore*, e si riporta al vertice del cono.

76. Data l'altezza del cono CP, e il semiasse minore RD, si conosce il semiasse
29. maggiore CR. Il punto C dicesi *centro*, D origine dell'iperbola si chiama *vertice*; l'asse maggiore passa per il vertice, e si prolunga all'infinito.

77. Per conoscere, e rettificare il perimetro dell'iperbola, é necessario con le regole solite rettificare la periferia dell'ultimo circolo, che forma la base del cono, per conoscere la superficie, si prende un quadrato eguale alla superficie del circolo, fatta una piramide, che abbia la medesima altezza del cono, le sezioni daranno nella una, e nell'altra, o il perimetro, o la superficie eguale alla iperbola, in corrispondenza di quello, che si è rettificato. (21.)

78. Nella Iperbola i *quadrati delle ordinate al primo asse, sono ai rettangoli delle loro ascisse prese dal vertice, come il quadrato del secondo asse al quadrato del primo*. Il quadrato dell'ordinata nel circolo è eguale al prodotto delle sue ascisse, ma ad
30. ogni ordinata dell'asse maggiore corrisponde un circolo, dunque il quadrato dell'ordinata nel punto B, sarà eguale a BA. BE. Il vertice dell'iperbola si trova in C, D, la perpendicolare ES corrisponde alla distanza delle due ordinate, avremo dunque per li triangoli simili AB:BC=CN:MN=AE:ES, essendo

Fig. DU=BC=SH, la proporzione non si cambia sottraendo AE−AB(=BE)=ES−SH(=EH) =CN:MN, moltiplicando le due proporzioni sarà AB.BE:BC.HE=CN^2:MN^2, ma AB.BE è eguale al quadrato dell'ordinata dunque ec.

79. Si dice Iperbola *equilatera* quella, che ha l'asse maggiore eguale al minore. La linea AB è eguale all'apotema, che si prende dal principio della sezione, e si tira al vertice del cono (76). Fatto CF=Cf=BA, i
51. punti F, f saranno *li fuochi* dell'iperbola, la doppia ordinata Dd, che passa per uno dei fuochi dicesi *parametro*, e le linee FM, fM condotte da questi punti a quelli della curva, si dicono *raggj vettori*.

80. Il semiasse *conjugato* dell'iperbola è *medio proporzionale tra le distanze di uno dei fuochi ai due vertici*. Inalzata nel punto A la linea AE=BC, sarà CE=BA, dunque fatto centro in C, con il raggio CF=CE descritto un circolo, diviene AH una ordinata, onde si averà AF:AE=AE:Af. dunque ec.

81. *Il parametro è terzo proporzionale dopo il primo, e secondo asse*, essendo la metà del parametro DF:AF.Fa=BC^2:CA^2 (78), ma af=AF, ed essendo AE^2=BC^2=AF.Af, sostituendo avremo DF^2:BC^2=BC^2:CA^2.

82. *La differenza dei raggi vettori in qual-*
Fig. sivoglia punto è eguale al primo asse. Dati i fuochi f, F i vertici dell'iperbola O, N. Fatto centro in F con il raggio FO, in f con
32. il raggio of=FN, si descrivano due circoli. Nelli punti P M dove li raggi vettori FH, fH segano le perifetie delli due circoli, si tiri una linea PMC, la quale sul diametro FC forma l'angolo ACF; li due circoli, che sono in contatto danno la stessa misura all'angolo C, in conseguenza QR, MO hanno il medesimo numero di gradi del semmento PO, AS dunque AP contiene li stessi gradi di MQ, la misura dell'angolo fMQ=180−MQ, dell'angolo FPA=180−AP, dunque nel triangolo PMH l'angolo M=P, in conseguenza PH=MH, ma fM=FN, dunque FH−fH=NO.

83. Li raggi vettori hanno sempre un punto fisso da cui partono, e sono successivamente maggiori, diviso in due parti eguali, l'an-
33. golo ch'essi formano sull'iperbola, sarà AM sempre tangente in M, se questa incontrasse il perimetro in altro punto, li raggi vettori darebbero sulla medesima due angoli eguali, ma MfF si accresce; MFR si diminuisce, fatto dunque fP=PQ, se fosse diviso fPQ in due angoli eguali dalla tangente AM, fX sarebbe paralella ad fQ. L'angolo fMO è cognito, fOM=90, dunque ofM=90−fMO; l'ipotenosa fM è cognita, dunque si rileva (18) l'ordinata OM. Dato l'angolo retto O, ed un catetto OM si trova AM tangente, AO

Fig. suttangente (18); fatto l'angolo AMR=90, sarà ARM=90−RAM; e siccome è cognito il catetto AM; si trova facilmente la normale RM, da cui deriva la sunormale OR.

84. L'angolo, che forma l'apotema del cono trasportato sul centro dell'iperbola, e segnati ivi due lati, non possono incontrare la medesima, e si dicono *asintoti*, l'iperbola riferita agli asintoti ha molte proprietà.

85. *Il prodotto delle ordinate tra l'asintoto, e l'iperbola è sempre eguale*. Le ordinate agli asintoti sono li diametri di tutti li cir-
34. coli, che compongono l'iperbola, ma questi sono lontani dalle ordinate dell'iperbola la metà dell'asse minore, dunque l'asse minore è semiordinata in ogni circolo, ed in conseguenza media proporzionale nelle ascisse MP, PN, e detta *a* la semiordinata, avremo sempre $MP:a=a:PN$, $a^2=MP.NP$, $FD:a=a:DO$, $a^2=FD.DO$, dunque $MP:PN=FD:DO$.

86. Le tre seguenti dimostrazioni sono state da me prese dal Canovai. Segnate le parallele FG, QU, che passano per li punti D, P per effetto delli triangoli simili sarà $QD:FP=FD:MP$, similmente $DU:PG=DO:PN$, dunque $QD:DU=FP:PG$.

87. Se li punti P, K coincidono in un solo punto D, la linea TDt sarà tangente in D, e si averà $FM.Mf=TD.Dt$, ed $fR.RF=tD.DT=FM.fM$, onde $fR.(RM+MF)=FM$.

Fig. (MR+Rf) e peró fR=FM, DT=Dt, ma condotta DE paralella a Ct, i triangoli si-
35. mili TDE, TtC danno TE=EC, dunque la tangente a un punto D dell' iperbola si ha conducendo DE paralella all' asintoto, prendendo ET=EC, e per TD conducendo la retta TDt.

88. Dall' essere sempre fR=FM si ha la maniera di descrivere un' iperbola tra due asintoti CT, Ct la quale passi per un punto dato M, condotte per M le rette Ff, MN si farà fR=FM, nN=Mm, e i punti M, n, R saranno nell' iperbola.

89. Siccome la tangente TMt è divisa in mezzo nel punto del contatto M, se si conduce MCM' questa linea si chiama diametro *traverso*, *o primo*, il di cui *conjugato o se-*
36. *condo* è DCd=TMt, le *ordinate* sono QN, paralelle al conjugato; il *parametro* è una terza proporzionale al diametro, ó al suo conjugato; e qui lascio il Sig. Canovai.

90. Un diametro divide in mezzo tutte le sue ordinate, per li triangoli simili TCt, VCS, TCM, VCQ, TM=Mt, VQ=QS.

91. Nel punto t, dove il diametro conjugato incontra l' asintoto, si tiri tM' paralella all' asse maggiore, e indi dalla metà di questo diametro M segnata la perpendicolare MM', il rettangolo MtM' dà sempre questa proporzione, che dimostrarò vera MM'. CP == M'P : tM. Siccome TM=Mt, così per li triangoli simili TAM, TDt, Dt=2AM, AP==

Fig. PB, DO=ot=AM=PM eguale in conseguen-
37. za ad M'B. Per li triangoli simili tM'B, CPB, sarà M'B: M't=PB: CP, e sostituendo MP: M't=MM': CP ma MP=PM', dunque MM': CP=M'P: tM' se il conjugato fosse al centro, la dimostrazione sarebbe la stessa.

92. Il paralellogrammo delli due diametri è sempre eguale al rettangolo delli due assi. Se nel rettangolo cresce la base, e con la stes-
38. sa proporzione si diminuisce l'altezza, l'eguaglianza non si altera. La base MN > AB prolungata in P, dà l altezza OP; prolungato il lato ON in Q, ed inalzata la perpendicolare MQ per li triangoli simili MNQ, ONP, avremo MN: ON=MQ: OP. Un paralellogrammo rettangolo si può sempre costruire, e si supponeva costruito eguale ad uno di questi diversi paralellogrammi, tutti eguali tra di loro, e che terminano gli angoli sopra le stesse diagonali DB, CA, dunque tutti li lati del rettangolo sono intersegati a distanze eguali; (1) da questa intersezione tirata EK, SH siccome CH=DS, DE=AK, l'angolo SRE=90, dunque EK, SH sono eguali all' asse maggiore, e minore, che formavano un paralellogrammo rettangolo.

93. Dati due assi di una Iperbola, trovare
39. i diametri, che facciano tra loro un dato angolo P, l'angolo FAE é cognito, l'angolo CEF è dato, dunque si deduce l'angolo RFE=180−CEF, (1) AFE=$\frac{1}{2}$RFE, dunque nel triangolo CEF sono cogniti gli angoli F, E,

stabilito un lato a piacere si trovano tutti gli altri (18), se la base di questo triangolo, moltiplicata per l'altezza, dà una superficie eguale all'asse minore per il maggiore, la supposizione è vera, se vi fosse errore, le regole di falsa posizione mostraranno la verità.

94. Dati due diametri, e l'angolo, trovare li due assi. Essendo cognito il lato CE, EF, e l'angolo CEF, si trova il lato CF; essendo cognito il lato FE, RF=CF, l'angolo RFE=180−CEF, si trova il lato RE, e l'angolo REF, l'angolo CFE è cognito (18); nel triangolo dunque AEF è cognito l'angolo F, E, dunque apparisce l'angolo FAE (1), sopra di questo si formi un rettangolo SNM, che abbia la superficie eguale a quella del triangolo CEF, se vi fosse errore con le regole di falsa posizione, si trova la verità.

95. Prima di passare alla rettificazione di altre curve, sarà ottimo accennare il metodo di risolvere in angoli rettilinei gli angoli sferici, e così portare ad una maggiore speditezza, ed esattezza la Trigonometria sferica, che secondo il solito si appoggiava alle tavole dei logaritmi. Dato l'angolo curvilineo BAC, si tirino le corde AB, AC; indi rettificata la curva ASB, si risolva come flessibile (9) in un'isoscele ADB; fatto il medesimo nella parte opposta APC, l'angolo DAP è eguale all'angolo curvilineo BAC. Le linee AD, AP hanno in A due punti comuni con la curva, li quali sono sufficienti a determinare, e

sempre mantengono l'angolo A. Nel misurare le superficie curvilinee, si sono già esposte quelle cautele, che si devono avere, e sono necessarie (21) ad allontanare qualche errore.

Fine della Seconda Parte.

PARTE TERZA
DI ALCUNE ALTRE CURVE.

96. Se da un punto preso fuori di una
Fig. retta G H si conducano le linee B Q M, B A D
ec. tali, che le parti Q M, A D siano sempre
eguali, la curva M D M', che passa per l'estre-
41. mità di quelle linee, si chiama *Concoide*, e
precisamente *Concoide di Nicomede*. Il punto
B è il polo, la linea G H si dice direttrice.
Prese sotto G H le parti eguali Q m, A d, la
curva m d m' è la concoide inferiore. Per la
parte inferiore di una stessa concoide calando
dal punto M la perpendicolare P M, avremo
M P : P Q = Q A : A B.

97. Siegue dalla sua costruzione, che D d
normale a G H, ne misura la massima larghezza.
Se B A ⊳ d A la sua curva sarà, quale si vede N°. I; se B A ⊲ d A averà un nodo b n d r, e allora dicesi *Concoide annodata* N°. II. Se B A = d A il nodo svanisce, e resta un punto di regresso B. N°. III.

98. Un circolo, che cammini sulla direttrice H G, e nell'istesso tempo si rivolga intorno al suo centro, ed una riga B C M sia mobile sopra B, descrive esso con un moto continuato la concoide, delineata dal punto M la concoide inferiore, sarà maggiore, o minore

Fig. a seconda del raggio C S, che si prende sopra C B. Si deve conoscere il polo B, la po-
42. sizione della direttrice G H, l'origine della curva M, per rilevare la dimensione della medesima. Con questo mezzo si sa l'angolo M B D, M C = D O, dunque la perpendicolare d C darà l'angolo M C d = M B D, il punto M nel momento, che il centro C trascorre C D, eseguisce una rivoluzione M d, dunque dal moto di due linee è prodotta la curva, dalla retta C D, e dall'arco M d, ma l'arco M d può essere rettificato (18), dunque due rette conosco, che producono la concoide: la diagonale è sempre la risultante di due diversi moti (1). Unito ad angolo retto M d, e C D tirando ivi una diagonale, essa è eguale alla metà della concoide; siccome ogni punto della periferia è sempre unito ad angolo retto con il centro, così ogni punto della concoide veniva generato dall'unione ad angolo retto di due punti, uno dei quali si considerava nella periferia, l'altro nel centro. La concoide inferiore è generata dal punto S, il quale riceve la stessa rivoluzione dell'arco M d, il moto retto è eguale ad S N, dunque la diagonale del rettangolo, in cui un lato sia l'arco M d rettificato, e l'altro S N darà la dimensione della concoide inferiore. Se C S fosse maggiore di M C, allora si prenderà l'arco, che mostra quel raggio, rilevando sempre li gradi dell'arco M d. Il nodo è generato dal punto B; se considero, che la linea C B scorra coll'

estremità opposta C sulla linea CD, esce l'altra estremità successivamente da B fino che PD=CB; se fosse fisso il punto B, l'estremità C sortirebbe successivamente, e regolarmente nell'istesso modo dalla linea CD, e si averebbe Bh=CB, QB=RU ec., e descriverebbe la curva circolare Ch; ma la curva circolare è prodotta, ed eguale alla diagonale tirata in un paralellogrammo, di cui un lato sia CD, l'altro CL, o sia la corda dell'arco $\frac{Ch}{2}$ (15); ma nel punto B, CD eguale zero, dunque la metá del nodo è eguale a CL, o sia alla corda dell'arco $\frac{Ch}{2}$.

99. Possono formarsi infinite concoidi differenti sostituendo al circolo una curva qualunque, e al centro di quello un punto fisso preso sull'asse di essa.

100. Il numero delle ordinate alla concoide MdOK è eguale a quelle che sono nel circolo MdC, oltre la differenza, che soffrono nel circolo ricevono un'aumento con il moto di sinistra a destra, la di cui somma si vede dal triangolo dOC=COD; fatta la proporzione l'ascissa massima della concoide OK, all'ascissa massima del circolo MC=OD, come un'altra ascissa of della concoide, ad x, si conosce l'ascissa del circolo, da cui si deduce la metà dell'ordinata; per dare a quella l'aumento, nel triangolo COD si farà la proporzione OD: CD=X:Y, e siccome il valore di X

Fig. si è trovato, così si conosce Y, che sommato con la metà dell'ascissa del circolo, si rileva la metà dell'ordinata della concoide, corrispondente all'ascissa data o f.

101 Descritto un circolo A N B, sul diametro A B inalzata la tangente Q B, a varj punti di essa tirando le rette A Q, A D, A E, se
43. si prende Q M = A N, A P = D S ec., la curva M S A così determinata si dice *Cissoide*, e più precisamente *Cissoide di Diocle*, Q B si chiama *asintoto*, perchè prolungato all'infinito si avvicina alla curva senza poterla toccare.

102. La linea A U è l'ascissa; U M l'ordinata. Nella Cissoide le ordinate sono alle loro ascisse, come le perpendicolari calate dalli punti N, P alle ascisse prese dal vertice A. Fatto M D paralello ad A B, sarà il triangolo M Q D = A N G, dunque A U : U M = A G : G N, similmente A i : i S = A h : h P.

103. La Cissoide è generata dalle linee A M, A Q, A S, A B trasportate in D, C, U, B.
44. Descritto un circolo con A B, si conosce A M = A B − M O, A Q = A B − Q P; fatto dunque L D = F C = R U = A B sarebbe A M = A O − M O = L D − M O, A Q = A P − Q P = F C − Q P, A S = A U − S I = R U − S I, ma essendo il punto M origine della cissoide; A M = M D, e perchè A O = L D, sarà sempre L M = M O, ma le sottrazioni, che si devono fare alle linee A B, R U, F C, L D sono incluse nel triangolo mistilineo M O B, dunque trasportato M O in L M, il punto B in A, la

Fig. curva circolare O B prende la forma, e diviene cissoide, e misurando B O si ha la dimensione della cissoide desiderata; la diversa configurazione non altera l' eguaglianza: Una retta puó essere eguale ad una curva, dunque due curve di diverso genere possono essere eguali tra di loro (1)

La concoide, e la cissoide furono impiegate a duplicare il cubo, problema celebre tra gli antichi Geometri.

104. La *Logarimica* è quella curva formata con l' elevazione di diverse linee sulla retta H G, le quali siano tra di loro in progressione geometrica, e le ascisse in progressione
45. aritmetica. Fatto l' ultimo termine della progressione aritmetica $MG = vv$, il numero dei termini $GH = n$, il comune esponente $= m$, il primo termine $1 = a$, avremo lo spazio $HGM = s = \frac{vv^{m-a}}{m-1}$ (1) tirata la retta H M avremo un rettangolo M G H, di cui la superficie è eguale $HG . \frac{1}{2} MG = n \frac{1}{2} vv$ dunque lo spazio mistilineo $HBM = \frac{vv^{m-a}}{m-1} - \frac{n\,vv}{2} = P$. Descrivo una *curva* cirolare, o di altra specie sopra la corda H M, e misuro lo spazio chiuso da questo semmento, se esso è eguale P, la curva sarà simile alla logarimica, se lo spazio fosse maggiore, o minore con la regola di falsa posizione, senza alterare H M si troverà la vera curva, che include lo spazio P. Una retta è eguale ad una curva, dunque due curve di

Fig. diverso genere possono esser tra loro eguali.

105. Dato un punto D, si cerca la sua tangente, fatto DH=DM, ed uniti questi due punti con una linea H M, si segni un' isosce-
46. le H B M eguale alla curva, la linea B U perpendicolare in U, sia anche in B perpendicolare a T t, sarà sempre una paralella della tangente che si desidera. Le paralelle ad H M molte sono secanti della curva, dunque una sola può toccare il punto D, che si trova nella maggiore elevazione della curva (1), ma T t è paralella ad H M, dunque l' angolo t T G = M H G determina l' angolo della tangente sull' ascissa. L' angolo T B R = 90°--- B T R indica l' angolo della tangente sull' ordinata B R, siccome H G, o é asintoto, o a quello paralello, così la suttangente della logaritmica è costante, in conseguenza determina il modulo, o sia la grandezza della progressione geometrica sull' ordinata, ed in generale le ascisse delle stesse ordinate in due diverse logaritmiche, sono come le suttangenti; cioè i logaritmi degli stessi numeri in differenti sistemi, sono tra loro come i moduli.

106. Se un circolo gira sopra una retta *A a* fino che il punto, che toccava sul prin-
47. cipio questa retta in *A* lo tocchi un' altra volta in *a*; questo punto descrivera una *Cicloide*, o *Trocoide*. Ella è cicloide ordinaria, quando il circolo genitore non ha altro moto, che quello della sua rivoluzione. Se ha di più un moto di traslazione nel medesimo sen-

so, il punto A descrive una *cicloide accorciata*, se questo moto è in senso contrario, la *cicloide è allungata*. Nella ordinaria la base eguaglia la circonferenza.

107. Per rettificare la cicloide è necessario conoscere la sua produzione. Descritta con il circolo AB la cicloide, lo riporto in A, ed ivi osservo, che la periferia AQBE rimane fuori, e con il moto entrando nella curva, genera la metà della cicloide. L'arco AE=90° perchè il punto E si trova in contatto di due circoli eguali AB=CO, (1) o sia del circolo genitore, che ha mutata posizione, dunque la metà della cicloide è generata dalla periferia AQ+QB+BE, dunque la curva cicloidale contiene una periferia, e mezza del circolo genitore.

108. In qualunque punto della curva unito il diametro OC all'intersezione E con una corda EC, e su questa inalzata una perpendicolare, sarà essa la tangente del circolo in E, prolungata incontra il circolo O (1), ma OC=MN, e siccome le corde minori di MN sono nella cicloide, e nel circolo paralelle ad OC=MN; essendo la massima ordinata della cicloide MN, il punto O, che tocca la tangente in O, non la può toccare in M, perchè il punto O è fuori della cicloide. Le altre ordinate della cicloide corrispondono alle corde del circolo, ma le corde del circolo terminano nella periferia, e li punti della periferia con la rivoluzione segnano la cicloide, dunque

Fig. li punti E B si allontanano con la rivoluzione da E, nè possono seguire la direzione E O, perchè il moto rettilineo si oppone al circolare; la parte inferiore A E riceve la stessa dimostrazione.

109. La linea A C é eguale all' arco E C (106), l' angolo E C A $= \frac{90^\circ}{2} = \frac{EC}{2}$, dunque sulla linea A D, eguale alla periferia del circolo genitore, si potrà indicare a qualunque punto la tangente, la sua distanza, la direzione, e l' inclinazione (18. 106).

110. Se il punto, che descrive la cicloide si prende dentro, o fuori del circolo, la cicloide sarà del genere di quelle già dette, *o accorciate, o allungate*, il raggio del circolo genitore è la distanza del punto preso dal centro. Se poi il circolo girasse sulla circonferenza di un' altro circolo, la curva descritta da uno delli suoi punti sarebbe del genere di quelle, che chiamansi *Epicicloidi*. La curva in questo caso subisce una figura diversa, ma il perimetro è il medesimo delle ordinarie,

111. Siccome la base della cicloide è eguale alla periferia del circolo genitore, così un semmento di quella curva è proporzionale al semmento della base.

112. *La spirale di Archimede* si chiama la curva C K M A descritta da un punto C, che si muove uniformemente lungo il raggio C A,
48. mentre il raggio stesso si muove intorno al centro C, di maniera che, quando il raggio ha

Fig. percorsa la circonferenza intiera, questo punto si trovi confuso con A, e così ripetendosi continuamente, la spirale può giungere all'infinito.

113. La lunghezza della spirale al tempo di Archimede era incognita, e fin d'allora fu collocata secondo il solito tra i problemi impossibili. Con li metodi già premessi si rende ora
49. facile la soluzione. Rettificato il circolo B E, e formato un rettangolo con il medesimo, e l'estensione della evoluta B D, la diagonale, o l'ipotenosa A D, corrisponde alla estensione della spirale. Se la spirale non si conducesse in C D, ma eseguisse la sua rivoluzione nel punto B, si avrebbe un circolo del diametro B E, è necessaria dunque una diagonale per giungere in D, la quale continuamente allontanandosi da B E si rivolga intorno al cilindro. N. II. Piegato questo rettangolo A D H sopra il cilindro, si rinova, e produce l'evoluta. Se fosse incognita la periferia H D, e fatta = X si può determinare con la spirale (18).

114. Il metodo per condurre la tangente alla spirale è quello stesso, che si prescrive al circolo. Se questa tangente non si volesse perpendicolare, ma che toccasse la spirale nella sua inclinazione, sarà necessario, che abbia il medesimo angolo della spirale, ed avendo lo stesso angolo, non può mài intersegarla (1). Dal punto del contatto T prolungata la tangente sino che incontra una perpendicolare B E inalzata al termine della evoluta, e

Fig. dal punto del contatto segnata una paralella alla base, sarà TP la suttangente.

115. *La Spirale Parabolica*. Presa sopra un raggio CN una media proporzionale CM tra l'arco KN, ed una data P, la curva, che passarà per li punti M continuamense così
50. determinati si chiama *Spirale Parabolica*, perchè può fare un'infinità di rivoluzioni intorno al centro. Rettificata la periferia descritta dal raggio CN, ed unita alla linea data P, che suppongo GP; descrivo su quel diametro un circolo, l'ordinata GS, inalzata nel punto G è la massima media proporzionale, cambiato il centro, ed il raggio, si descrivano infiniti circoli, li qnali abbiano sempre
51. comune il punto P, le ordinate GA, GO sono sempre medie proporzionali, ma GA=QR, GO=MN, dunque la curva, che si può tirare sopra l'estremità delle ordinate è eguale ad SQ, ed avendo più, o meno curvatura (9) non si altera la sua dimensione, misurato dunque SQ si conosce l'estensione della spirale parabolica.

116. *Spirale Iperbolica*. Supposto, che dal punto C preso per centro sulla indefinita CP, si descrivàno degli archi AG, QM, PD egua-
52. li in lunghezza, e per ottenere ciò possono fare qualunque giro, per le loro estremità GMD fatta passare una linea, si dice *Spirale Iperbolica*. Lo spazio, o superficie PDGC è composto da linee tutte eguali, il di cui numero è precisato dalla linea CP. La curva

Fig. PD=QM=AG=EI=HL. Il numero delli gradi in QM è eguale a quello, che include NP, il numero in AG=PO, EI=PR; dunque QM: PN==PD:PN, AG:PO==PD:PO, ma la grandezza delli gradi in QM sono a quelli posti in PD, come li raggi, dunque PD:PN=CQ: CP, PD:PO=AC:CP, PD:PR=CE:CP,
53. ma li raggi differiscono, e quì possono differire in proporzione aritmetica, dunque CD: CM=CG:CI. Ogni termine della progressione aritmetica sottratto da una quantita costante, dà nel residuo una proporzione aritmetica eguale al sottraente. Descritto un'arco col raggio CP avremo CS−CL=LS, CR−CI=IR, CO−CG=GO, CN−CM=MN, sarà D, MN, GO, IR, LS una progressione aritmetica, tolta da tutti li raggi la quantità eguale, che segna l'arco HL, la proporzione non si cambia, dunque DU=LS sono gli ultimi termini, delle due proporzioni aritmetiche eguali. Lo spazio dunque DVLS è diviso in due parti eguali dalla logaritmica iperbolica. Rettificato l'arco POS, e PL, si conosce lo spazio UPSL, ma lo spazio UDL=LDS, UD=LS, DMIL è un lato comune UL<DS, dunque questa diagonale DMIL deve esser sempre una curva. Supposto lo spazio UDLS=10, avremo UDL=5, essendo rettificato UL, dal punto D in L segno una curva circolare; misurato lo spazio che include la curva, e le due rette, vedo se è eguale 5, trovato un'errore in decremento si di-

Fig. minuisce il raggio, se fosse in aumento si accresce, così allontanato nel secondo il centro, resta minorata la curva, nel primo si avvicina il centro, ed ecco prolungata la curva, ed in conseguenza anche lo spazio incluso: quando la linea sodisfa al problema, anche le rette LS, DS si pongono nella parte convessa, e si trova lo spazio DLS=5=UDL; misurata la curva ideata, e che risolve le condizioni proposte, essa è eguale alla spirale iperbolica ricercata.

117. Segnata BU paralella a CP giammai
52. incontra la curva, quantunque a quella si accosti, perchè le distanze PD, MQ differiscono in proporzione aritmetica, e come li raggi.

118. Tirata una tangente ad un qualunque punto della curva, e dal suo contatto trasmessa al centro C una linea CO, e su questa inalzata una perpendicolare CS, prolungandola sino che incontra la tangente, sarà questa linea la suttangente. Fatto CB=PD(18), qualunque tangente non può cadere fuori del punto B(1), descritto dunque un circolo con il raggio CB, nella periferia di questo circolo termina l'estremità di ogni tangente, e quì ricevono la suttangente. L'angolo BCP=90°, la tangente non oltrepassa lo spazio CB, segnata dunque una tangente in D, l'angolo DCB+X===DCL, dunque la suttangente è sempre eguale al raggio, ed in conseguenza sempre costante.

119. *La spirale Logarimica*. La curva,

Fig. che sotto uno stesso angolo taglia tutti i raggi C M condotti dal suo centro C, così chè la
54. tangente M T fa sempre un angolo stesso con il raggio C M, si chiama *Spirale logaritmica*. Descritto un circolo con il raggio C M, quando M sarebbe giunto in O, allora anche il raggio M C si è diminuito, ed è divenuto N C, per cui è nata la spirale M N; rettificato dunque l' arco O M, ed unito ad angolo retto con la linea O N, la diagonale è sempre eguale alla spirale logaritmica M N. Ogni punto della periferia è unito ad angolo retto con il raggio, ma dalla unione, e moto di ambedue si forma la curva, dunque è eguale alla diagonale del proposto rettangolo. Le quantità sono sempre eguali, se eguali sono le cause, che le producono; possono avere diversa figura senza detrimento dell' eguaglianza, come nel nostro caso.

120. *La quadratrice di Dinostrato*. Suppongo la retta A G tangente in A, mossa uniformemente, e paralellamente a se stessa lun-
55. go il diametro A a, mentre il raggio A C gira uniformemente intorno al centro C verso il punto E, in modo che A G, ed A C si confondano con C E nel momento stesso. L' intersezione continua di queste due linee dà le curve A M D chiamata *Quadratrice*, dalla di cui descrizione siegue, che uno spazio qualunque A P, percorso dalla retta A G, sta all' arco circolare A B, descritto nel tempo stesso dalla estremità del raggio, come un' altro spazio A G

percorso da questa retta, all' arco corrispondente A BE, descritto dal raggio. Se si conoscesse la base della quadratrice si averebbe subito la quadratura del circolo, da qui è venuto il nome della curva, e la sua origine. Quando riuscisse di descriverla geometricamente, si avrebbero subito gli angoli di un dato numero di gradi. Dimostrato l' inventò per conoscere la quadratura del circolo, che essendo già rettificato con li metodi esposti, *darà il circolo* la misura della *nuova curva*. Se il raggio da lui collocato al centro lo avesse posto all' estremità del diametro, avrebbe ottenuto l' intento, come da me si è già dimostrato con due moti uno paralello, l' altro obliquo.

Queste scoperte tentò la Grecia, desiderarono li nostri antenati, *ritrovò l' Italia*. E dunque un cattivo silogismo supporre impossibile ciò che non si conosce, ed un' effetto dell' ambizione, e dell' amor proprio disprezzare, e credere inutili gli altrui sforzi, dove non vagliono, o non si sanno impiegare le proprie forze, e li propri talenti.

121. Ho accennata la maniera di operare con il circolo rettifficato, e perchè si gustassero i suoi vantaggi a quelle parti mi sono esteso, che introducono a diversi usi. Analizare ogni minuta cosa, sembrava offendere

il talento dei Leggitori. Se alle dimostrazioni ho dato un'aspetto nuovo, conosceranno essi, che io ho contemplate le curve, e per quanto è stato possibile non ho detto come altri dissero = Ami tu divenire Filosofo, dice il de Lande, *leggi poco, e pensa molto* = Pittagora ben conosceva la vastità delle scienze, e per questo non usò in Italia, ed in Grecia altro vocabolo, che di *Filosofo*: prima di lui chi aveva una perfetta cognizione delle cose naturali, ed era sapiente, si chiamava *Mago*, vocabolo comune agli Arabi, Persiani, Siri, Etiopi, Galdei, ed in Ebraico significa uomo che medita, e speculatore; da ció ebbe forse origine quel proverbio tra i Greci *meditabundi, vel sapientes sunt, vel fiunt*. Ben ponderati i principj ciascuno da se facilmente deduce molti corollarj. Non si acquista uno spirito matematico con la memoria, ma con l' esercizio della immaginazione, *meditatio enim est clavis sapientiæ*, dice Tolomeo nel Proemio del suo Almagesto. A Voi dunque consegno questo piccolo lavoro, quanto esso è commodo per correre speditamente il vasto campo delle Matematiche, sarebbe altrettanto nocevole, se togliesse il travaglio per le ricerche, lo spirito dell' invenzione, l' applicazione, e la fatica nelle scoperte. Le proprie forze messe continuamente alle prove divengono più rubuste, e li sudori giovano non solo all'avanzamento degli studi, ma distrug-

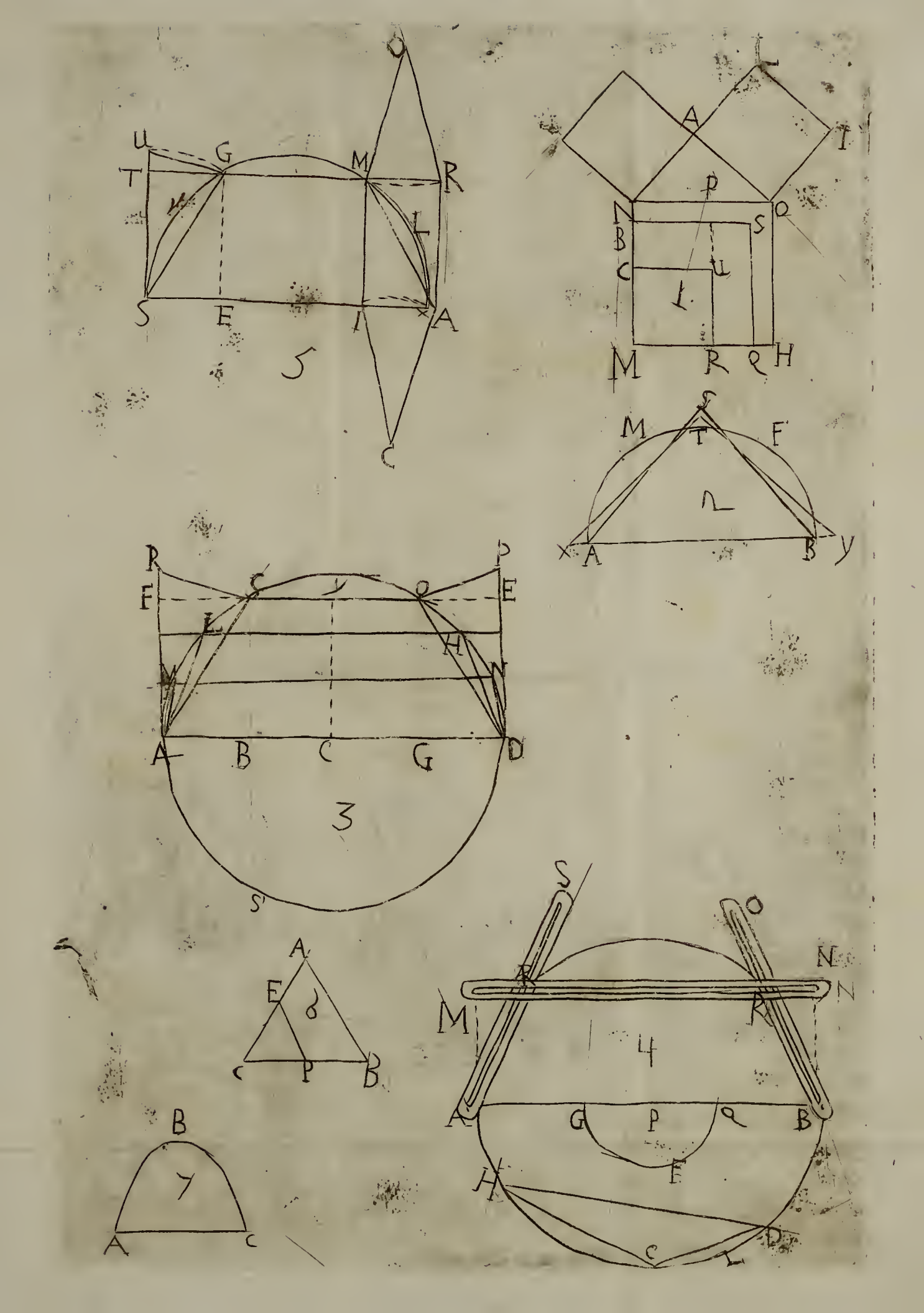
gano negli uomini quelle passioni, che sono i maggiori suoi nemici, e delle scienze *meditatio carnis afflictio est* diceva Salomone ne suoi proverbi. 12 : 12. Questi sono li miei voti, e tale sia la premura, di chi desidera esser sempre felice.

Fine della Terza Parte.

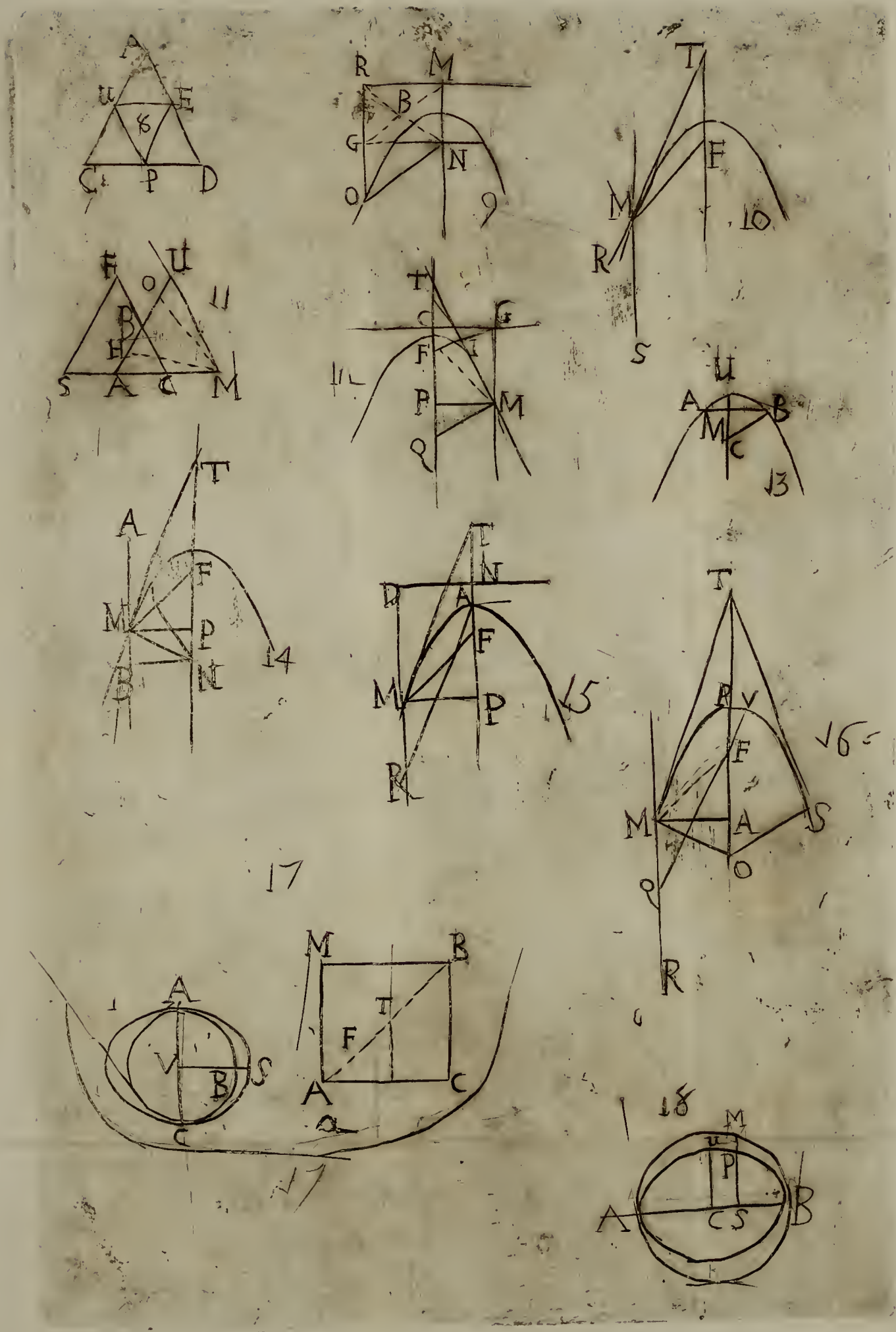
Vidit, et approbavit pro Illustriss., et Reverend.
Dom. Episcopo Fulginiæ
Silvester Prior Sodi Revis. Dep.

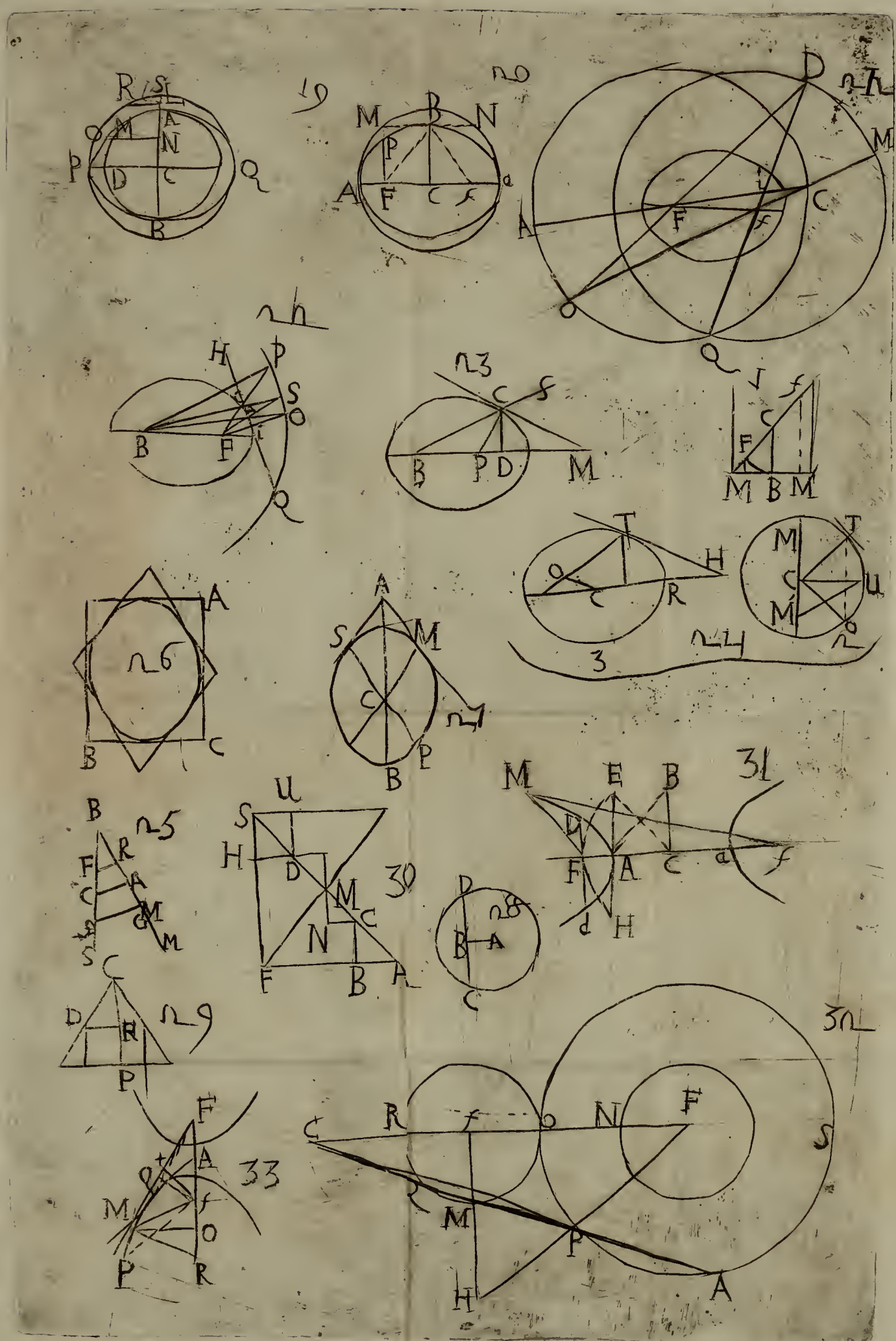
IMPRIMATUR

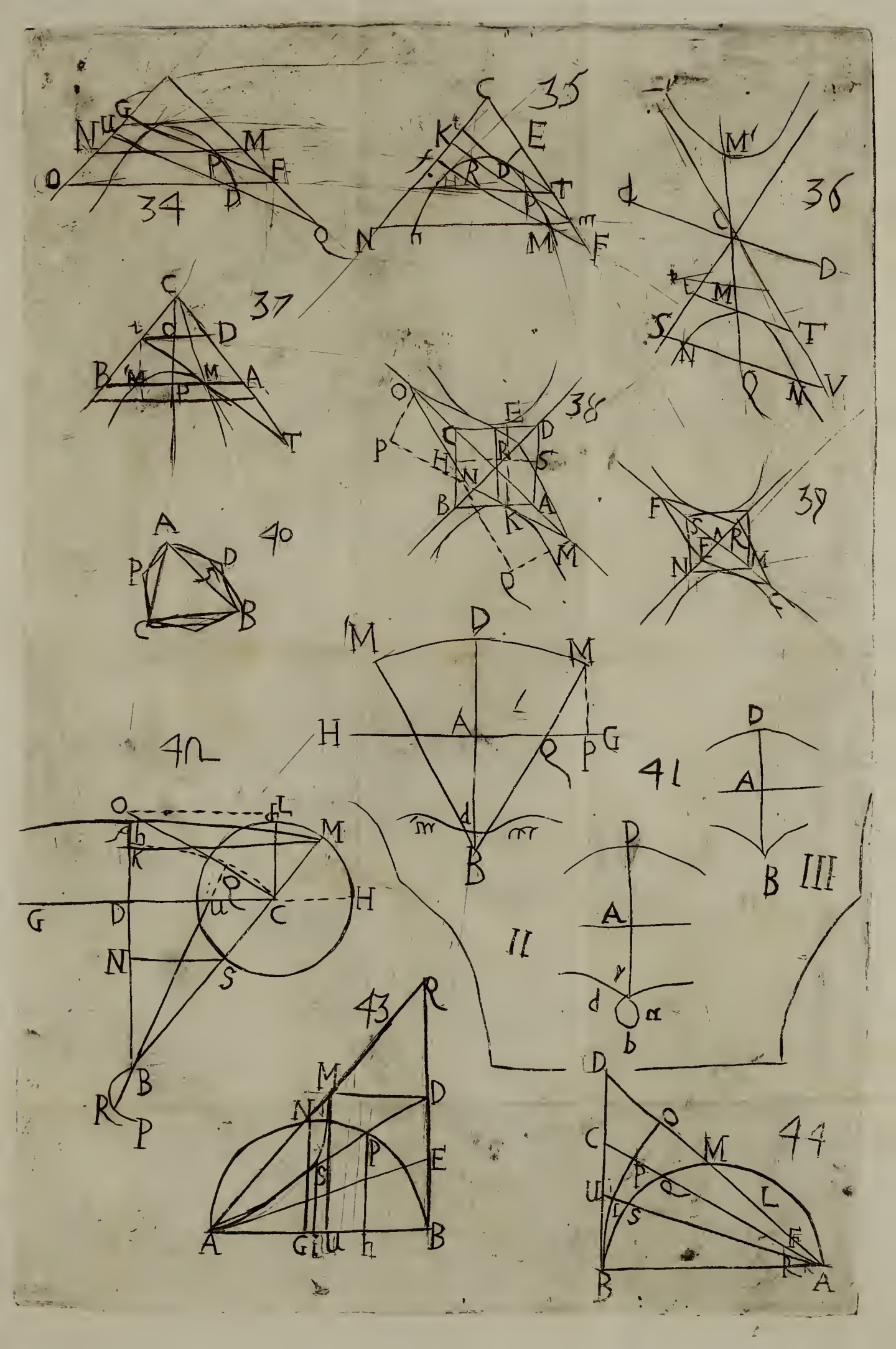
P. Fr. Petrus Dominicus Ferrando Lect., Pred. Gen.
et Pro-Vicarius S. Offic.

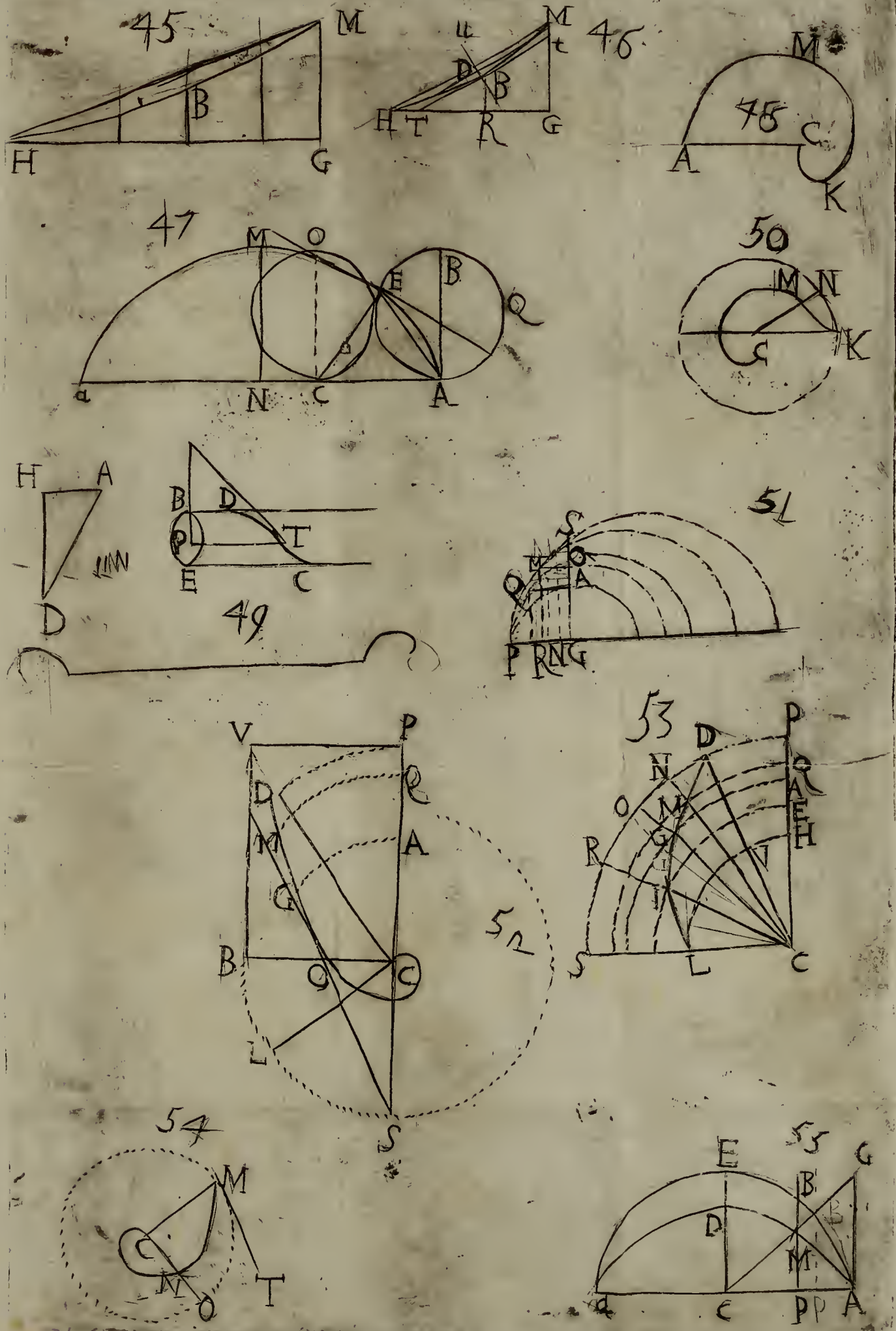


U
G
M
R
T
L
S
E
I
A
O
C
5
A
I
P
N
O
B
S
C
U
1
M
R
Q
H
S
M
T
F
2
X
A
B
Y
R
P
F
C
Q
E
L
H
M
N
A
B
C
G
D
3
S
A
E
6
C
P
B
S
O
N
R
N
M
R
4
A
G
P
Q
B
E
H
D
C
L
B
7
A
C


A
u
E
8
C
P
D
R
M
B
G
N
O
9
T
F
M
R
S
10
F
U
O
B
H
S
A
C
M
11
T
C
G
F
I
P
M
Q
12
U
A
B
M
C
13
T
A
F
M
P
B
N
14
T
N
D
A
F
M
P
R
15
T
P
V
F
M
A
S
O
Q
R
16
17
A
V
B
S
C
M
B
T
F
A
C
a
17
18
M
u
P
A
C
S
B


19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33


34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
II
III


45
M
B
H
G
46
M
u
t
D
B
H
T
R
G
48
M
C
A
K
47
M
O
E
B
Q
a
N
C
A
50
M
N
C
K
H
A
D
B
D
P
T
E
C
49
51
S
M
O
Q
A
P
R
N
G
V
P
D
Q
M
A
G
B
O
C
L
S
52
53
D
P
N
Q
A
O
M
E
G
H
R
V
I
S
L
C
54
M
C
N
O
T
55
E
G
B
D
M
a
c
P
A

PARTE QUARTA.

DISSERTAZIONE

SUL MODO

DI

NAVIGARE SOTT' ACQUA

RECITATA LI 12 GENNAJO 1817.

Descendunt Mare in Navibus, facientes operationem in aquis multis.

Ipsi viderunt opera Domini, & mirabilia ejus in profundo; Psal. 106 23 24.

Profunda quoque fluviorum scrutatus est; & abscondita in lucem produxit. Job. 28 11.

Strana cosa, ed insolita sarà forse a voi sembrata, sapientissimi Concittadini, Giovani studiosi, che la prima parte di questa Operetta, quasi fuggita dalle mie mani, corresse già fra quelle dei Letterati due anni innanzi, che alla luce mettessi l'intero Libro. Era questo già compilato, ma temeva di presentarsi al Pubblico, se prima all'Autore non fosse noto, quali incontri avesse quella sortiti. Trascorso non molto tempo, me ne giunser le nuove; e a dir vero io mi sentii tocco da secreta compiacenza, in risapendo dal Rettore Ermanno Muntenghe, che giunta alla Università di Groninga fu collocata nella pubblica Biblioteca (*a*). Che passati i Pirenei, que' dotti Spagnuoli non la riputarono indegna delle loro profonde considerazioni; onde il Dottor Michele Ganet, Segretario dell'Università di Ceverra, ne formò il soggetto di una ben lunga, e compitissima lettera (*b*); che penetrata in Cracovia il Rettore di quella Università Conte Sebastiano Serakovischi la onorò di un

(*a*) Opus tuum . . . . . cui titulus est *Nuovo trattato sulla rettificazione del Circolo* nuperrime accepi, & Bibliothecæ Universitatis nostræ intuli, &c. &c. Groningæ die XXIX. Augusti MDCCCXIV.

(*b*) Esta Univ. Lecteraria ha recibido con la debida estimacion y aprecio la *primera parte del nuovo trattato suya vera rettificacione del Circulo* . . . . . que V. S. ha ondenado &c. &c. Ceverra 30 Novembre 1814.

giudizio superiore alla tenuità de' miei talenti (*c*). Incoraggito da queste testimonianze, che per se stesse lusingano, avrei voluto produrla subito; ma frenato dal desiderio di altri Letterati, che richiedevano maggiori schiarimenti, ho creduto impiegarvi il travaglio di altri due anni per renderla più semplice, più chiara, e più corretta. Compito finalmente tutto il lavoro, come io meglio poteva, ecco viene alla pubblica luce, e mi sento nascere in petto una certa dolce lusinga, che di buon grado la Repubblica Letteraria lo accolga, per quindi trasmetterlo alla Marina, alla Cosmografia, agli Astronomi, ai Meccanici, e dove la pubblica utilità lo richieda. Era io già debitore al Pubblico di una Dissertazione sul modo di navigare sott' acqua, e doveva seguire le tre parti premesse. Vengo ad adempiere oggi un tal obbligo, e se l' anno 1800 manifestai in Ancona al Feld Maresciallo Froelich una sola parte delle mie idee su questa invenzione, il contegno delle nostre arti, e de' nostri studj prescrive, che nulla a voi occulti, e tanto più volentieri ora vi manifesti quello, che hanno potuto produrre le mie lunghe meditazioni, quanto più è stato in me sensibile il dispiacere, che dopo le prime esperienze fatte a Rovan (*d*), Londra, e Pie-

(*c*) Il Trattato di V. S. Illma sulla vera rettificazione del Circolo, abbiamo ricevuto, il quale provando la di lei solida, & perfetta scienxia dei calcoli Mathematici, gli assicura da Noi, et dai nostri Professori, la vera stima et consideratione. Cracovia 23 di Settembre 1814.

(*d*) Avanti la Commissione della Marina in Ancona propose l' Autore, che unendo alla Barca una lunga pelle vuota, e cucita, legando all' altra estremità un imbuto di legno, o per non farlo conoscere, di vetro, poteva gallegiando questo, mentre la Barca era sott' acqua, portarsi nella medesima, o l' aria, o la luce; metodo eseguito a Ro-

troburgo questo mio ritrovato siasi quasi messo in dimenticanza, nè alcun ingegno migliore abbia voluto sudare per attivarlo. E' questa l'infelice sorte di certi ritrovati, che indebolito quell'entusiasmo, con cui nel loro nascere si accolgono, presto poi si disprezzino, e si trascurino, ossia perchè l'invidia rattenga di coltivare l'altrui messe, per non partorire troppa gloria all'Autore, ossia perchè l'inerzia si spaventi di travagliare dove altri non potè giungere, ossia perchè l'altrui ambizione sempre disprezzi quello che non è proprio; io credo senz'altro indugio dovermi accingere a svelare la mia nuova ideata navigazione. Se male mi apponga, o nò, voi ne sarete i Giudici imparziali. Qualunque poi sarà l'esito, mi recherò sempre a gloria aver voluto giovare a miei simili; nulla occultando ad altrui vantaggio avere aggiunti dei stimoli alla nazionale industria; e tutta esponendo la nuova invenzione con sincerità, ed esattezza, avere espresso in questi fogli il carattere di un Italiano.

Qualunque Barca può camminare sott'acqua: qualunque pezzo di artiglieria vi può agire senza perdita della forza nella polvere da cannone: qualunque tempo può ella starvi nascosta, ed immersa senza detrimento dell'altrui respirazione; qualunque uomo può entrarvi, e sortirne con i suoi effetti, e tutte quelle osservazioni eseguire nel fondo del mare, che sogliono praticarsi in terra ferma. E' utile al passaggio del Polo, e dell'Equatore, utile alla raccolta del Corallo, delle Perle, dell'Ambra, e delle Merci, che vanno a fondo. Utile alla Pesca, ed alla Storia Naturale. Utile alla rimonta

van sulla Senna, ma dall' Autore creduto imperfetto, per ciò ne ha sostituito altro migliore.

spedita delle correnti. Utile alle Osservazioni Astronomiche. E' abile qualunque Artista a costruirla. Ogni Piloto vi sostiene la navigazione; la spesa non eccede quella delle altre navi, ed allora non sarà questa una di quelle invenzioni o difficili ad eseguirsi, o inutili alle Società, dove fanno solo pompa d'ingegno. Ma tale, e voi ben conoscerete, che da tutti potendosi mettere in pratica, tutti ne raccoglieranno un vero, e sicuro profitto.

E' questo lo scheltro del mio ritrovato; tocca ora alla Fisica di vestirlo, e dalle sue nuove scoperte illustrato, si renderà per tutti commodo, animato, e piacevole. Voi antichi, e moderni Filosofi siate testimonj sulli miei passi, che le sole vie calcaranno dalle vostre indefesse vigilie, dal vostro profondo ingegno conosciute, spianate, e descritte. Parlo ad uomini in tali scienze versatissimi, parlo ad uomini, che volentieri ne sentono a ragionare, parlo a voi miei Concittadini, che della vostra presenza mi onorate, e voi col vostro favore mi ajutarete ad innalzare questa nuova fabbrica, di cui io sono Architetto.

Se la gravità specifica di un corpo è eguale alla gravità specifica di un volume di acqua, il corpo rimane immobile in qualunque luogo venga collocato; se la gravità se ne accresce, esso discende a fondo, diminuita questa, quello galleggia. Da ciò deduco, che dilatato o ristretto il volume ad una Barca, facilmente passa dal fondo del mare alla superficie. Quando si veleggia sopra le acque egli è ben facile diminuire il volume. Così un uomo, che si cinga intorno il legno sughero, non si affonda; subito che se ne spoglia, il volume si diminuisce, e produce l'immersione. Ad una Barca carica di

peso, il di cui volume superi il peso dell' acqua sotto lo stesso volume, se le si leghino intorno grosse travi, ella allora galleggia. Si taglino le funi, da cui sono attaccati alla Barca que' legni, il volume subito si diminuisce, e la Barca con moto accelerato cala a fondo. Questa discesa così violenta potrebbe portare la totale rottura del Battello; sarebbe dunque duopo ritornare ad accrescere il volume, per risalire non solo alla superficie, ma per diminuire regolatamente l'urto della caduta, quanto sia prossimo un pericolo. Tutti però sanno la forza, e pressione dei fluidi; quella dell'aria fu già calcolata dal Sig. Torricelli; e sperimentata in Lerida sopra due emisferj vuoti d'aria, che a disunirli non valse la forza di quattro cavalli. Questa medesima pressione io ho veduta, e provata nell'acqua, e tutte le mie esperienze non mi hanno suggerito alcun mezzo per vincerla. Fu allora che legai alla Barca de' sacchi di pelle pieni di legno, e vidi, che quando questo si ritirava dentro la Barca, siccome veniva a diminuirsi il di lei volume, essa s'immergeva nell'acqua. Questa esercitando allora sulle pareti tutta la sua pressione, niun corpo estraneo poteva tornare ad introdursi entro i sacchi. Tentai di riuscirvi con piccole, e grandi palle di piombo, ma tutto fu inutile. Mi nacque la lusinga, che potessi ottenere l'intento col mezzo di alcune viti, che uscissero fuori dalla Barca, ed entrassero nel sacco, colla quale operazione accresciuto il volume, e sottratto un piccolo peso dall'interno del battello era da sperarsi, che questo sollecito ricomparisse sulle onde del mare.

Sebbene questo primo semplicissimo Meccanismo soddisfacesse all'intento, pure vi ha degli altri mezzi molti, che conducono anche meglio al fine proposto.

Variano le invenzioni, e le maniere di eseguirle, come appunto variano gl'ingegni, ed in questi, ed in quelli risplende pure la gloria del Signore, che spicca nella mirabile varietà di tutte le opere sue. Ecco Egli un color verde stese sulla terra, e nella infinita diversità dell' erbe sempre lo cangia. Nascono bellissimi fiori, e nell' odore non si conformano. Conosce l'agricoltore i frutti, e le biade dal lor sapore, mentre gli occhi ne contemplano la diversa figura. Se la modulazione, e la piuma caratterizza le varie specie degli augelli, l'inflessione della voce, e la fisonomia non è mai la medesima in tanti milioni di uomini. Tutto è grande, e mirabile su questa terra, perchè Voi, o Signore, ne siete il Creatore, ed il Sovrano! Così alla mente del pensatore Filosofo per ottenere un solo intento molti mezzi si affollano, e fermo sopra mille strade, che al suo ideato fine conducono, ne prova ogni giorno contento, e pascolo. Dal veder dunque, che l'accrescimento del volume alterava l'equilibrio tra l'acqua, ed il Battello conducendolo a piacimento nell'interno delle onde, mi si parò avanti l'altro mezzo di far sì, che quello conservando il medesimo volume potesse scendere col peso, che avessi aumentato. Lo aumentai, e tosto discesi, abbandono il peso, e subito ricomparisce gallegiante in mezzo dell' Oceano la mia Barca. Ma le sponde sono troppo lungi fuggite dalla mia vista, e per eseguire un'altra discesa, non ho dove prendere un nuovo carico. Io poteva con lunghe funi unirmi ai primi grossi pesi, che già lasciai nel fondo, ma quest'ajuto troppo ritardava il corso della Barca, quantunque tai massi la potessero seguire, come sogliono fare le bocce, o ruote di metallo. Si schierò allora innanzi a miei occhi un'infinito numero di pe-

sci, e ponendo mente alla loro maniera di calare a fondo, e risalire in alto, mi divennero maestri, e condottieri nell' impresa. Osservò il Signor Redi avere essi una vessica d' aria da lui chiamata *Nuotatojo*, la quale contratta, e dilatata a piacere gli fa sorbire più, o meno d' acqua, e per opera di questa vessica avviene ch' essi scendano, o ritornino più, o meno veloci alla superficie, come lor piace. Costruito dunque un naviglio di quella grandezza, e figura, che si creda più acconcia al bisogno, nella Savorra A si pongano commestibili, ed altri pesi occorrenti alla navigazione; il rimanente si divida in due corridoj. Nel primo B sotto il cassaro saranno gli uomini, la porta, le fenestre, i remi, e l'argano per muovere la tromba. Nel secondo C entrerà a piacimento l'acqua. Per la comunicazione del primo corridojo con la Savorra si costruisce a Poppa il tramezzo D. Un piede cubico di acqua del mare, secondo l' esperienze Parigine, pesa libre 73. Il volume della Barca facilmente si misura, rettificando la parte convessa, o ellittica della medesima. Il peso della Savorra, degli uomini, del legno si sottrae da un volume di acqua eguale al naviglio. Quante libre si trovano nella differenza, altrettante di acqua devono sempre introdursi per la sua totale immersione. Si fissi dunque a poppa una grossa chiave E, che aperta a piacimento sorgerà una fonte, la quale in pochi momenti fa colar a fondo. Quanto riesce facile la discesa, altrettanto è sollecito anche il ritorno alla superficie. Fatto a Prora un tramezzo, od una Botte H, nella medesima si gitti, o con una valvola s' introduca l'acqua. Volge allora il Piloto un rocchetto, e si alza uno stantuffo, mosso quello in senso contrario, questo si abbassa, perchè il rocchetto pren-

de i denti, che sono nell'asse dello stantuffo. La pressione di esso chiude la valvola, e comprime l'acqua, che fuor della Barca è respinta. Il condotto F ha una chiave, od una valvola, che si chiude terminata la pressione. Il fondo del tramezzo H è necessario, che sia più basso del corridojo, onde tutta l'acqua vi precipiti facilmente.

Nel momento, che si eseguiranno queste operazioni dall'alto al basso, non dee trascurarsi il moto orizontale del Battello. La colonna di acqua rigettata dalla presione dello stantuffo, con un condotto rintorto si fa battere sulla prora, allora il naviglio ch'è equilibrato nel fluido, corre velocemente, e col timone prende la direzione stabilita. Questa corrente, che viene a formarsi dall'arte, è già formata dalla natura alle falde delle Alpi, e degli Appenini; origine di rapidi fiumi. Questa compresso il ventre, la producono dalle narici le Balene, e i soffiatori Cetacei, e con essa sconvolte le arene, la vista annebbiano ai loro nemici, e sicura prendono la ritirata. Queste medesime correnti si vedono nel mezzo di laghi amenissimi, che l'ornamento sono di questa Reatina Tempe, le quali nate nel fondo, e trascorsi quaranta palmi con rara maraviglia, alla superficie zampillano sette fonti. Or la prattica, e le diurne lezioni, che all'osservatore somministrarono i pesci, m'istruirono quanto fossero utili le natatoje. Io presi a farle costruire con una lastra finissima, ed ebbi l'avvertimento di spingerle avanti orizontalmente, e che il filo del remo segasse l'acqua, si voltassero poi, e tutta la loro estensione, e superficie premesse il fluido, quando si voleva, che la Barca corresse. Come alla più facile rapidità contribuisce la figura lunga, quale è quella de' pesci, così utilissimo

è sempre in questi quel glutine, o materia viscosa, che li circonda, per rigettare quando corrono la tenacità del fluido, e già la Marina, ad immitazione dei Cetacei, ha superato l'attrito della navigazione, calafattando con il sevo i suoi vascelli. Per la facile articolazione poi del Remo, o Timone s'inchiodino delle pelli alle diverse aperture, legando l'altra estremità al legno, che agisce. Quella emulazione, che si è ravvivata nel nostro secolo di portare le arti alla maggiore eleganza, spinse i letterati ad entrare nelle officine, e preso il linguaggio dei manuali, ed idioti all' esame, ed alla esperienza tornarono nelle lor cammere. Forniti così di nuova luce, maestri divennero nei mestieri. Dalle molte osservazioni fatte dal Cav. di S. Real, e da altri, sulla perfetta concia delle pelli, per renderle impenetrabili all'acqua, io solo rammento quella di passarle sopra cilindri caldi, e saturate di olio, di sevo, di resina tirarle sotto la trafila, o batterle, e colla parte rovescia lambire il fluido. Quando questo metodo non soddisfaccia si può ricorrere all'altro, di obbligar l'aria con un condotto, o campana di legno, a fermarsi tra l'acqua, e la pelle, come fra poco spiegherò parlando della porta d'ingresso.

Verrà forse un giorno, che la deficienza delle mie cognizioni, spingerà gli altrui ingegni ad assidersi su questo Battello, ed a tentare con una forza centrifuga di calare a fondo. Questa forza è quella, che nelle coste della Sicilia divide le acque, e con moti vorticosi ingoja tutto ciò che s'incontra. Questa medesima nel furor delle tempeste solleva le arene, e trasporta i corpi duri, e pesanti alla superficie. Questa anima i turbini a schiantar gli alberi, e portar pesi in aria, come l'artiglieria le bombe trasporta in alto per farle piombar

sulle piazze. Volano gli augelli, e s'inalzano verso le nubi con una linea più, o meno obbligua, perchè producon essi la forza centrifuga colle lor ali; se le ali non hanno piuma, o sono ferme, l'augello non si può sollevare; se perdono la forza, o si ripiegan in aria un momento, il corpo dell'animale subito diverge dalla linea intrapresa. Per questo l'azione delle ali, quando si precipitano da un'altezza è sempre diversa da quella, con cui si sollevano dalla terra. Questa forza forma il trastullo de' nostri fanciulli. Distesa essi una carta, o un velo sopra sottili stecche, che *cometa* l'appellano, tenendola legata ad un lunghissimo filo, le communicano correndo una velocità che la solleva da terra, e verso le stelle si spinge. Dopo che l'uomo si sarà familiarizzato con un elemento, da cui ebbe origine, e dove passò, e visse nove mesi, conoscerà le vie più facili per discendere; se nel fondo esista un' attrazione per qualche corpo, che si ponesse alla superficie, se mai qualche pesce avesse una forza, ed una docilità eguale a quella degli altri animali. La mente fervida dei nostri Poeti legò le colombe, e i cigni al cocchio di Venere, le foche alla conchiglia di Nettuno. Conosco la vastità delle scienze, e debbo confessare, che queste mie prime invenzioni possono esser sempre migliorate, ed accresciute. Chi ha calcolate le opere del Signore? Chi pose un termine a quella sapienza infinita? Tutti gli uomini per quanto siano grandi, ed illuminati, non potranno giungere a comprenderla, e niuno segnerà sopra di quella una linea. Ecco dopo il giro di tanti secoli si apre una nuova strada, dove può l'uomo liberamente trascorrere, e navigando sott'acqua, tutti ivi gode quei comodi, e quelli vantaggi, che un giorno già raccolse

sulla superficie, e sulla terra; questo già vi proposi in principio, e sono al momento di dimostrare.

Non fu il desiderio di conquiste, o il trionfo di rostri navali quello, che mi stimolò a collocare nella Barca anche l'artiglieria. Si tratta di portare l'uomo al fondo del mare, e giù, quà, e là menarlo per un elemento sconosciuto, e deserto, dove egli non può non ricercare quegli comodi, quelle sicurezze, ed ajuti, che gli porgerebbe la terra ferma. Assalito da Mostri Marini, in faccia a smisurate Balene, un colpo di artiglieria può liberarlo dai pericoli, e produrre insieme la sua ricchezza. Un colpo d' artiglieria aprirà scogli, ed in quelle ampie caverne penetrato, andrà vagando con la sua Barca. Un simil colpo fia necessario anche all' Architettura navale, per rimovere con facilità quegli ostacoli, che giaciono nel fondo dei porti, e dei fiumi, i quali dove la navigazione rallentano, e dove la sicurezza ne sbandiscono. Da un colpo finalmente d' artiglieria si sarebbe ricevuto un sollecito segnale in terra ferma. Segnale, che se bene non sia sonoro, come accade nell' aria libera, ma riesca a modo di profondo muggito, pur tanto basta ad avvertire chi è fuori dell' acqua, giacchè tutti i suoni o di fiato, o di campane, o di corde ivi producendosi giungono alle nostre orecchie alterati, e diminuiti. Caricato il cannone, o l'obbizzo si dirigga come è in uso, e si appunti al *condotto* mobile M S. La palla nel primo uscire taglia il filo P, e facendo così cader una lastra di metallo, porta via lo stantuffo S, ed entra nel mare. L'acqua all' istante riempie il vano aperto; ma non potendo passare nella Barca, per l'ostacolo della lastra P, precipita nel catino N; l'equilibrio tra questo, e la valvola Q nel mo-

mento si toglie, e l'equilibrio tolto alza la valvola, e l'acqua da se stessa si chiude l'ingresso. Fatto allora più animoso l'Artigliere, solleva liberamente la prima lastra, preme la seconda con uno stantuffo, che lascia al luogo del primo; vuota il catino, unisce nuovamente il filo, e tutto dispone per un secondo colpo.

Vide, ed esaminò il Galilei, che la discesa dei corpi gravi succedeva sempre con moto accelerato, ed il passaggio per un fluido più, o meno denso, quelle sue leggi alterando non distruggeva. Per questa ragione dunque la palla del cannone, trascorrendo l'acqua, la sua velocità perde, e diminuisce. Io però quì abitando volevo tutti godere, e ritrarre i suoi vantaggi, senza ommettere, e trascurare quelli, che mi dava la terra ferma. Esaminando l'esperienze del Signor Moralech, ogni grano di polvere accesa dilata il suo volume come 4000. Se molta è la polvere, e ristretto il luogo dell'accensione, le pareti deboli facilmente crollano. Quanto più il fluido è denso, tanto più l'effetto, e la forza della palla, che lo trascorre si diminuisce, e rallenta. Ideò il Dottore Francesco Baini in Toscana, che unito alla polvere un quarto di calce viva, effetti maravigliosi avrebbe prodotti; ma neppur tutto questo giova all'intento; perchè quelli sarebbero stati sempre minori nell'acqua, dove si vuole una preparazione a lei propria, ed ivi solo nascendo, ed ivi solo usata, renda alla palla tutta la forza perduta, e che aveva nell'aria libera. Io veggo, che sull'artiglieria l'accensione della polvere perde una parte della sua forza al calcio del cannone, producendone la rinculata, ed una parte nelle pareti con cui l'aria dal focone sospinge, ed il focone presto si consuma, e dilata. Contemplo le mine, e vedo che da tut-

ti i lati serpeggia l'orrore', l'urto, e lo scavamento. Getto uno sguardo sul petardo, e miro aperte, e rovesciate le porte; da tutto ciò concludo, che un decimo della forza percuote la palla, e fuori dal cannone la spinge. La densità dell'aria, è alla densità dell'acqua, come 1: 30. Se dunque nell'aria segna la palla in un secondo v. g. 100 canne, e nell'acqua ne trascorresse sole dieci. Riunita tutta la forza della polvere contro la palla, la stessa carica, che in terra ferma la trasportava a cento canne, a cento canne ancor nell'acqua la farà giungere. La Teoria dei fluidi ha già dimostrato, che la loro pressione alle pareti è in ragion composta della base nell'altezza. Un grano di polvere acceso si dilata, come 4000 : chiusa dunque la carica in un cilindro di vetro, o di latta, ed infiammato in mezzo ad un vaso di acqua G, la pressione alle pareti sarà eguale alla base moltiplicata per tutti i grani, e per 4000. Così questo fluido privo di elasticità porta in tutti i punti una forza massima, eguale, e costante. Ritenuta in O con leggero riparo l'acqua, ed ivi posta la palla, riceverà un urto, che tutta supera la densità nemica, e la investe, ed abbatte.

Ma non è questa la sola operazione da farsi nelle acque. Potrebbonsi ancora spinger fuori del Battello lunghe aste di legno con uncini, strettamente avvinte ad una pelle, come si è detto già dei remi, e così prendere, e legare con funi i corpi estranei, che si vedessero in fondo. Queste, ed altre operazioni sarebbero incomplete, se non si stabilisce una comunicazione facile, e regolare, tra i naviganti che sono nella Barca, e sott'acqua, e gli altri corpi a lei vicini, o lontani.

Fissata, e quasi imposta una legge all'acqua, che

dando passaggio ai corpi inanimati fuori della Barca gettati, o mossi, non trascorra oltre quel suo confine, segnato e circoscritto dalle pareti; avrebbe potuto l'uomo con le sue mani abbassando, e spingendo le valvole sortire anch'esso, senza danno di quelli che lascia dentro. Ma qual prò per lui tenere questa via, quando gl'interessi della pesca, le osservazioni, le corrispondenze, gli accidenti della navigazione, l'utilità delle imprese, l'obbligavano a sortire, ed entrare con i suoi effetti, e con le sue armi? Il suo bisogno dunque, ed il conseguimento di tanti utili, e sì diversi oggetti, non meno, che la maggior libertà del suo scettro, e la convenienza di quell'impero, che Dio gli ha donato sopra del mare, richiedono io gli proponga un'altra strada più comoda, più sicura, e più spaziosa. Costruita a Prora, e nell'interno una lunga Campana di legno, o Galitta, si apra la sua porta nel primo corridojo, e si chiuda con una pelle inchiodata sulle pareti Z, legata nel mezzo a guisa di sacco. L'acqua di sotto entrando nella galitta, l'aria comprime, e l'obbliga a ritirarsi verso la porta d'ingresso. Quando le forze sono equilibrate, ogni movimento è sospeso. Si stenda allora, e si fermi sulla metà dello spazio occupato dall'aria una nuova pelle, legando l'altra estremità, come di sopra si è fatto. Il Nuotatore entrato dalla Barca nella galitta, chiude la prima pelle, e fermo sopra piccioli, e piani sostegni, quasi gradini fatti a quest'effetto, aperta, e snodata la seconda, osserva il fondo, e con lance, o molle, od uncini, prende ciò che gli piace, scenderà nell'acqua, se gli fa duopo, nuota, e si ritira a piacere. Quando ha risoluto di entrare nella Barca, deve prima chiudere quella pelle, che tiene sotto i piedi, indi scioglierà l'al-

tra, che colla Barca comunica. Dà l'aria un passaggio libero a tanti diversi oggetti, ma con una forza quasi infinita, la sola acqua di là esclude, e respinge. Quanto è sensato in ogni altra cosa Vegezio nel suo libro *De re Militari*, tanto credo ridicola, e chimerica l'idea, che l'uomo potesse passeggiare il fondo dei fiumi, vestito di rame, o di cuojo, con un tubo, quasi proboscide di Elefante, unito perpendicolarmente alla visiera per una facile respirazione: ritrovato, a cui si oppone la Meccanica, e la Chimica. Alcuni conosciuto l'errore, posero l'uomo a sole sei braccia di profondità, duplicato, e reso comunicante il tubo, lo seguivano con un mantice. Infastidito da questo rimedio, tornò altri all'antica prattica, ed una spugna inzuppata d'olio fece stringere da denti del nuotatore.

Se dunque tutto è accomodato ai voleri, ed all'utile dell'uomo quando esso gira sott'acqua, rimane a spiegarsi quello, che riguarda la visione entro la medesima.

Non può negarsi, che nel mare, e nell'acqua vi sia la luce. Pose perciò il Creatore sulla fronte di tutti i pesci gli occhi, quantunque loro abbia data una conformazione diversa da quella degli altri viventi, e propria di quell'elemento. Il Sig. Dott. Giovanni Battistini Romano, Chirurgo in questa nostra antichissima Città d'Italia, che alla severa pratica della professione, unisce ancora i pregj della erudizione, e della storia, ne ha presentata una accurata anatomica descrizione. E' l'occhio del pesce privo di palbebra, di cui i viventi nell'aria sono forniti per regolare, e moderare la luce. La maggior quantità di umori bianchi dà loro l'Iride aurea. La pupilla ovalare dall'avanti indietro, si ravvisa quattro volte più grande della umana; la cornea lucida me-

no compatta, ed in proporzione più grande di quella dell' uomo. Egli ha tre muscoli retti, ed uno trocleatore, a differenza del nostro occhio, che ne ha quattro retti, e due trocleatori, ovvero obliqui. La lente cristallina finalmente è sferica, che in noi si trova piano convessa. A queste osservazioni anatomiche l' ottica aggiunge, che i raggi della luce passando dall' aria in un fluido più denso, sono rifratti, o sia cambiano la direzione, e si avvicinano alla perpendicolare, effetto della composizione, e risoluzione delle forze. Il pesce per vedere il Sole, non si pone in quella retta, che parte dall' occhio umano. Se l' uomo, ed il pesce si guardano, uniscono le visuali ad angolo sulla superficie del fluido. Ma quando il filosofo si trova nel fondo del mare, e dal mare riceve la luce, ed il mare osserva, i cannochiali, le lenti, i specchi, i vetri piani aggirano con lo stesso effetto, e con la stessa direzione, come avviene nell' aria. La luce però sarà minore, quanto maggior volume d'acque si oppone al Sole. I raggi da quelle particelle acquee si ricevono, e si riflettono, e se molte sono le riflessioni della luce, dalla terra non vede l' uomo i corpi, che giacìono in gran fondo. Per la direzione dell' artiglieria vi saranno delle piccole feritore con due cristalli. Prima di accendere il cannone si chiudono tutte le fenestre tonde con una pelle, o tamburro, stringendo un coperchio di legno con la vite, come si pratica nei cannochiali, e per colpire nel segno non si dimentichi la rifrazione della luce. I nuotatori poi fia bene, che con un cristallo piano difendano dall' acqua il bulbo dell' occhio.

Ecco dunque l' uomo in fondo al mare, ivi ha collocata già la sua abitazione, e vive libero con tutti

quelli commodi necessarj alla vita. Circondato però dall' acqua, dopo qualche giorno egli si sente nascere in seno il desiderio di un'aria più elastica, e purgata. Aria gridava il suo focolare, aria chiedono le sue provisioni. All' istesso modo, che le tempeste, e le maree spesso nell' acqua la rinovano a salvezza de' pesci, così pure a vantaggio dell' uomo rinchiuso dentro di un legno, nuotante nel cupo seno del mare, sarà espediente simile rinovazione. Al certo il pesce ristretto in un catino presto sen muore; e perchè ciò? perchè quello ha decomposta già l'aria, che ivi dentro si contiene, l'aria da lui corrotta nell' acqua, se si aggiti, e si raccoglie, non è respirabile da qualunque vivente. Pensarono alcuni di rinovare co' ventilatori l'aria corrotta nelle navi, e negli spedali. Il celebre Sig. Morveau purificolla nelle stalle collo spirito di vetriolo gettato sopra il sale comune rovente. Il Sig. Hallej allorchè volle visitare per mezzo di una campana il fondo del mare, per dimorarvi più lungamente, vi portò co' barili l'aria comune. Ora però il Filosofo compone, e decompone a suo piacimento quegli elementi, che le antiche scuole riguardarono come il termine di tutte le loro ricerche, ed ha trovato il mezzo di procacciarsi quando vuole, e secondo il bisogno, un' aria pura, e respirabile. Assiso pertanto nel suo Battello entro gl' abissi dell' Oceano, qualora gli fa di mestieri, chiama, e tosto accorre la moderna Fisica a produrgliela nuova, soave, salubre, a suoi comodi, ed alla vita utile, e necessaria. Un quarto di gaz ossigeno, tre di gaz azoto, nitrogeno, o mofeta compongono l'aria atmosferica. La respirazione, e la combustione, che svolge l' ossigeno, passa a formare l'acido carbonico, e l'acqua. Nella natura la materia si

può unire, e disciogliere, ma non mai distuggersi, e tutto fu espresso in quel verso da Ovidio: *De nihilo nihil, in nihilum nil posse reverti*. Ottanta quattro parti di ossigeno, sedici d'idrogeno, o gaz infiammabile compongono l'acqua. Quando Omero nel canto vigesimo primo della Iliade ci descrisse l'impeto di Vulcano, che manda in fiamme il fiume Xanto

. . . . . arroventata, incotta,
„ Fuma, e spuma, e gorgoglia, e bolle, e stride
„ L'onda in vapor già già si stempra, e fugge.

sembra che con questo mirabil tratto egli ci volesse dar un idea della moderna Chimica. Coll'acqua a suoi dì accresceva il fabro il fuoco della sua fucina, come ora ne sottrae l'idrogeno. All'ossigeno è sempre unito il calorico, e la luce. Il calorico mantiene, e porta i fluidi allo stato di gaz. In tre modi si eccita il calore, o sia il passaggio di quel fluido da un corpo all'altro; con la compressione; con il fregamento; con il contatto di un corpo in combustione, da cui per affinità il calore si svolge. I fiumi, le fonti sono le ultime a gelarsi dopo le acque stagnanti; dalle correnti visibilmente si inalzano i vapori; dunque il moto nell'acqua eccita il calore. Le sorgenti, le cadute, i fiumi purificano l'aria, ed ecco perchè alle sponde si vedono sorgere tante popolose Città. Abborrono queste i canali poco veloci, o stagnanti, perchè si reputano allora le arie malsane, e nocive. Fabbricata questa mia Patria, centro di tutta l'Italia, sulle rive del Velino, per consiglio de' nostri maggiori una rupe fu divisa, ed il fiume precipitando da un'altezza di 186 palmi Romani, un'aria pura, ed un Iride sempre bella segna in Cielo, e quegli ossidi si producono, che il nome gli diedero delle *Mar-*

more. Una macchina funiculare io dunque giro nella mia Barca, e l'acqua rinchiusa, e battuta entro doppie tele di crino, che la ricoprono, non sorte, che attenuata, ed in vapore. Il gaz nitrogeno in quelle pareti non si distrugge, anzi essendo più leggero dell ossigeno a questo si unisce, e l'aria atmosferica si riproduce. Quell' acqua, che nasce dalla respirazione, o sia piccola combustione, quelle parti, che non sono attenuate dal moto della machina funiculare, e dall'attrito, ricadono sempre nel secondo corridojo, dove sortirono.

Eccomi giunto a quella meta, che forse con troppo ardimento mi prefissi. Dormivate voi sopra i vostri vascelli, godendovi una perfetta calma; io ne presi il governo, e spezzate le porte, che alla superficie di quelle onde si chiudevano dallo spavento, entrammo nelle acque, e tutti varcati quelli profondi abissi, sani, e salvi vi ricondussi a vedere il Cielo. I vostri cannoni riverberarono i loro lampi nel mezzo de' pesci, e su questi stendeste la forza dell' artiglieria, che l'acqua seppe ivi aumentare ad altrui vantaggio. Le tenebre, e la prigione non soffriste sott'acqua. Essa al liminare della porta si stette immobile, e voi ne poteste entrare, e sortire. Trasmise la luce per le fenestre; sostenne il vostro focolare, e la vostra vita, quando l'ossigeno vi abbandonava.

Mentre io ragionava dell'invenzione, voi calcaste veloci i passi per raccogliere i suoi frutti, lo vidi, e fin d'allora si andarono ricreando i miei sudori, nè ora posso fare a meno di non seguirvi da lungi, dimostrando, come proposi, i suoi veri vantaggi. Opere mirabili pose Iddio nelle acque; opere mirabili vi edificò la successione de' secoli; opere mirabili si possono con l'in-

dustria produrre. Questo a me sembra volesse additarci la Genesi, quando la Sapienza Divina incominciato il lavoro dell'universo, si raggirava, come un venticello piacevole sulla loro superficie. Due giorni Iddio volle impiegare intorno alle acque, e nel quinto tornò sulle acque medesime a crearvi i pesci, ed i smisurati cetacei: *Creavit Cete grandia*. Vediamo dunque con questa Barca le opere grandi dal nostro Creatore poste nel mare, e nel cielo.

Fu sempre pericoloso il passaggio dell'Equatore nella navigazione del mare Indico per le grandi correnti, che sono fra l'isole Maldive, per i venti Meridionali, che infestano la costa, per i cocenti raggi del Sole, che l'acqua, e le provisioni imputridiscono nei vascelli, e tutto contribuisce ad abbreviare la vita a quei miseri popoli della *Guinea*, nome Indiano, che *caldo e secco* significa. Le piogge, e quello, che dicesi tra loro *Inverno* incomincia in Aprile, e termina in Settembre. Allora la mia Barca potrà inoltrarsi con più piacere nel fondo di que' laghi, fiumi, e mari incogniti, pericolosi, e molesti. Difesa dalla mole delle acque, che la circondano, e quasi densa nube la coprono, non risente punto il fastidio, ed i danni degli eccessivi calori. Si credè utilissimo il tragitto all'Indie per l'Oceano Settentrionale. Il desiderio di conoscere quelle vie spinse i viaggiatori tra i mari della Groenlandia, ma al 80mo di latitudine morirono di freddo. Navigò il Cabolta per i mari dell'America, e giunto al 67mo di latitudine, dalle moli enormi di ghiaccio fu respinto indietro. Sono questi geli però superficiali, e come molti vogliono, alle sole vicinanze della terra ferma, e dei fiumi, e dove le acque hanno meno salsedine. Vivono allora i pe-

sci nel fondo, ed ivi trovano un clima temperatissimo: per questo menano essi una lunga vita, non risentendo in quel fluido i cambiamenti improvisi delle stagioni. Si pretende, che alcuni Olandesi evitando i ghiacci avvicinati al polo, trovassero un mare placido, e tranquillo. Al polo dunque senza detrimento, e timore del freddo potrà giungere la mia Barca.

Or se questo Battello nascondendosi nelle acque, trova al Polo il caldo, e all'Equatore il freddo, ognun vede, che sono rimossi i maggiori ostacoli alle sue ricerche, e potrà senza pericolo portarle in que' mari incogniti per la conquista specialmente delle perle, e dei coralli. Esistono nel fondo del mare scogli, e caverne, dove i polipi fissano il corallo, rimanendo questo sempre capovolto, e con i ramoscelli uniti ad un ceppo, fissato superiormente alla pietra. Questa osservazione costrinse i pescatori ad involgere del canape rozzo intorno ad un legno, che gittandolo a fondo cercano d'invilupparvi il corallo, e trarlo fuori a viva forza. Non si vede il luogo dove si produce, non se ne conosce la qualità, molto se ne perde nell'estrarlo, e così spesso inutilmente s'impiega il tempo, la spesa, e l'industria, ed ecco i pescatori costretti a gettarsi a nuoto per rinvenirlo, e raccoglierlo, quando è rotto, e calato a fondo, come appunto usano ne' nostri vicini mari della Sardegna, e della Barberia. Questi nuotatori detti Palombari, o Marangoni, estraggono pure dal fondo del mare le perle racchiuse entro le ostriche, ed unite agli scogli. Corrono velocemente, e tutto radunano in due minuti, ch'è quel breve spazio di tempo, in cui il lungo esercizio ha permesso loro di potere sospendere la respirazione. Per fare più sollecita la discesa si get-

tano nell'acqua legati a grossi pesi, ed obbligati dalla necessità di respirare, debbono loro malgrado lasciare nel fondo mucchi di ostriche, che non riesce loro di racchiudere nel grembiale. Uno stato così violento, non permette di entrare nell'acqua più di sette volte il giorno, gli uni sempre succedono agli altri, e si sa che una tale pesca quando il Sole già comincia a declinare si sospende, e finisce. Così si perde il tempo, si moltiplicano le spese, ed i pericoli: pericoli nel cadere sopra scogli; pericoli nella respirazione che manca, e ne' deliquj, che succedono; pericoli negli incontri de' tiburoni, e pesci antropofaghi, che gli uomini intieri divorano, come costa da tanti esempi, che se ne videro terribilissimi. A sì caro prezzo dunque fomenta l'uomo la sua ambizione, e và in cerca di ornamenti, che il valore acquistano dai pericoli? Chi crede l'ambra gialla un bitume indurato nel fondo: Chi l'ambra griggia un alimento della Balena. Le sole tempeste son quelle, che gettano sulle rive questi prodotti ai Mercatanti. La mia Barca percorre il fondo del mare, e vede il corallo, vede le ostriche, l'ambra; e con una lancia fuora sospinta, tutto può raccogliere, e riporre in un cesto, o in una rete, che porti a tal uopo. Così ritira le merci, che spesso l'urto ne' scogli, le tempeste, i banchi di arena, le correnti involano anche agli esperti piloti, e la rovina producono de' commercianti. Così alla luce ritorna tutto ciò, che da più remoti tempi giace sepolto ne' mari, ne' laghi, ne' grandi fiumi.

Da questi preziosi oggetti io passo alle pesche. Voi già conoscete qual alimento buono, salubre ci presentano i pesci; sono essi la rendita di molte famiglie, la ricchezza dei Stati, la felicità dei popoli. Pur in al-

cune remote, e finora impervie parti questa numerosa razza di viventi vassene vagando libera da quell' impero che Dio diede all' uomo sopra tutti quanti sono i pesci: *Omnes pisces maris manui vestræ traditi sunt* (Gen. 9. 3.). Or girando questi armato dentro le acque, tutto vede in quel fluido, si scontra co' pesci, gl' inseguisce, gli spinge, dove esso vuole, gli aspetta agli agûati, gli trova ne' nascondigli, gli affronta con ardire, e fa loro tutta provare la potenza del suo dominio. Affinchè le pesche siano più abbondanti, e sicure, e quell' infinito numero di viventi si raduni, e si raccolga, accenderà egli un grosso fanale, e con cristalli riflessi riverberando la luce si fermerà nel fondo del mare; con altra Barca da lungi fatto strepito in giro, o con il cannone, o con percosse, metterà in fuga quel paurosissimo gregge, che incontro alla luce si affolla, e ne rimane abbarbagliato. Allor dall' alto gettate le reti si ottiene una pesca più sollecita, più abbondante, e sicura. Non rammento qui i vantaggi, che l' uomo con tal mezzo può ritrarre da certe determinate pesche, quali sono quelle delle Aringhe, e de' Tonni, e quelle delle Porpore, de' Baccini, e de' Murici, conchiglie, onde si cava quel fiammeggiante colore, di cui si tingevano una volta i manti degl' Imperatori, e dei Re; e quelle finalmente delle spugne, e delle coralline, che sono pur di tanto uso appresso gli uomini.

Un altro spettacolo ora mi chiama, che certamente tutta merita la nostra attenzione. Parlo delle tante opere mirabili, ch' essendo sparse per entro al vasto Oceano, la profondità delle acque ce ne contende la vista; opere, di cui la Storia Naturale da gran tempo sospira arricchirsene.

Fuggiva il profeta Giona su di una Nave verso Tarso, quando sollevossi una fiera tempesta, che minacciava imminente naufragio. Conosciuta la sua reità, chiese di essere gittato in mare. Iddio, che lo aveva destinato alla salvezza dei Niniviti, lo fece ingojare da uno smisurato pesce, che trascorrendo velocemente in tre giorni, e tre notti tutto il Mediterraneo, lo vomitò finalmente alle spiagge dell'Africa. Si stava chiuso il santo Profeta nel ventre di quel mostro marino, quasi in un Battello, e ravvivata la sua fede, un cantico vi compose, e si udì la prima volta per quelle vie profonde la voce dell'uomo, ch'esalta la gloria del Signore. Ivi egli descrisse le correnti, che trovò nel fondo, il moto vorticoso delle acque, l'estensione di quel abisso, l'altezza dei monti, che lo ricoprono, e lo adornano, da lui già trascorsi, gli scogli per i quali era passato *ad extrema montium descendi, terræ vectes concluserunt me* (2. 7.). Il Signore Iddio, che rapì l'Apostolo al terzo Cielo, e tutta inebriò l'anima di questo vaso di elezione delle sue dolcezze, non gli volle nascondere le opere mirabili, che sono nel fondo del mare, e per questo ivi lo conservò prodigiosamente un giorno, ed una notte *nocte, & die in profundo maris fui* (2 Cor. 11 25). Insegnò l'Arcangelo Raffaele al piccolo Tobia il mezzo facile per prendere sul Tigri un gran pesce, e come nei pesci, e sotto delle acque vi sono rimedj utili alla nostra salute. E' il mare una vasta regione popolata d'animali, d'una gran parte dei quali s'ignora la durata, il genio, l'indole, le qualità, la figura. Qui, come le api i loro alveari, così vi formano i polipi le coralline, e 53 specie finora se ne numerano. Qui in mezzo di questo elemento si vedono

pullulare dalle acque delle erbe, come le vide il Colombo, che ne rimase sorpreso. Qui si ammirano a notte buja improvisi splendori, ch'escono fuori dalle onde a rischiarar le tenebre, come intorno all'Isole Maldive le ammirò il Capitano Mannavilette. Altri vi travide in fondo de' vegetabili; altri dal rilevare delle incrostature metalliche sopra bellissime piante marine conchiuse, che vi esistano delle miniere. Altri pretendono, che vi si producano anche i marmi. Alcuni poi dalle ambre, e dalle pomici, che vedonsi sovente galleggiare, ha congetturato esservi de' bitumi. Niuno fin quì ha potuto spiegare, donde abbiano origine le arene colorate, che traspajono da alcuni fondi, e che han dato il nome a varj golfi. Tutte queste son parti, che mancano alla Storia Naturale. Entrando ora il filosofo in que' profondi gorghi, tornerà sulla terra con nuove cognizioni, e perfezionerà questa parte di fisica, dove è mancante, oscura, e spesso ipotetica, e favolosa. Inoltre sono le correnti nel mare quelle, che arrestano il piloto, o tutta gli frastornano la sua direzione; variano a diverse altezze, nè l'origine se ne conosce, nè i tristi effetti può prevedere, o rimediare un nocchiero inesperto. La mia Barca, che tutto ravvisa da vicino, riferirà, se ciò deriva dagli angusti meati delle montagne marine, dai banchi di arena, dai venti, e dall'attrazione, di cui pur troppo si abusa, e che spesso serve a spiegare fenomeni contradittorj. La cognizione esatta delle correnti, oltre il gran lume, che sparge sulla marina, giova a dare alla mia Barca quella velocità, che le imprimerebbero i venti, ed essa può rinvenirle favorevoli a diverse altezze, come anche subito abbandonarle se alla sua direzione fossero contrarie.

Ma è tempo che vi spieghi quanto questa giovi alla spedita rimonta de' fiumi. Bagnano questi, ed insieme adornano popolose Città, e tutte legano le Provincie di uno Stato. La facile rimonta delle Barche sempre impediscono; e così la sollecitudine, e speditezza del commercio tanto vieppiù si ritarda, quanto è grande la velocità di quelli, perchè la retrocessione si rende allora assai più difficile, benchè una tal difficoltà non sarebbe insormontabile. Una mia invenzione semplicissima è riuscita di sommo vantaggio senza usare le chiuse, ed altri mezzi dispendiosi, e lunghi ch' esistevano nell' Idraulica. Ma questo non è il luogo per insegnare il modo di rendere navigabile, e placido qualunque canale velocissimo. Se per la rimonta dei fiumi si ricercano ora venti favorevoli, funi legate a Cavalli, o Bufali, potrà il mio Battello con la sua forza, e con il suo meccanismo ritornare al luogo d' onde partì: e potendo in tal modo commodamente osservare il fondo de' fiumi, e tutte le meraviglie, che ivi la natura ha prodotte, e gli oggetti più preziosi estrarre, che o la violenza, o la barbarie degli uomini vi avrà dispersi; viene ad acquistare un maggior diritto alla benemerenza della umana Società, e così ad una parte essenzialissima avrò corrisposto, come già mi prefissi sin dal principio.

La velocità delle acque nel fondo de' fiumi è minore di quella, che si scorge a qualche distanza, come la medesima nella superficie, dal mezzo và sempre decrescendo sino alle sponde. Calato a fondo con la mia Barca, io procuro di rompere con un vortice quella corrente, che le contrasta. Apro a quest' effetto la chiave del condotto ritorto, che di un palmo circa si stende oltre la poppa; accresco nell' istesso tempo la pres-

sione dell'argano, ed esce a Prora una corrente eguale, o maggiore di quella del fiume. Posto in questo stato il naviglio, un migliore effetto risente dalla remigazione. Per meglio poi esaminare la velocità de' fiumi, e tutta possederne la teoria tuttora oscura, sembra potersi alla ventola inventata dal Ximenes, e da altri, sostituire con più vantaggio il mio Battello. Nel momento che scende a basso si apra un foro, e si calcoli in tutti i punti la pressione, e la velocità delle acque, da cui si deduce quella de' fiumi. Si spiegheranno allora i fenomeni, che questi presentano, quando corrono solitarj, o riuniti, o diramati, perchè se si duplicano, o diminuiscono le acque, non si duplica, o diminuisce la loro sezione.

Resta finalmente a conoscere i vantaggi, che da questa invenzione ricava l'Astronomia. Disputava Giobbe con i suoi tre amici intorno alle opere grandi della potenza, e sapienza di Dio; quando tra il fragore di sonoro turbine uscì fuori la voce dell'Onnipotente, che così si fece ad interrogarlo: Sei tu entrato nel sen profondo del mare, e per que' cupi, e nuovi sentieri ti sei aggirato? hai tu considerata attento l'ampiezza della terra? Queste arcane parole, se mal non mi appongo, faan conoscere, che se Giobbe avesse penetrato, e trascorse le profonde vie del mare, avrebbe pure ravvisata facilmente la latitudine della terra. Ma nè desso, nè alcun altro aveva a quei dì camminato sotto delle acque, e se il Popolo Ebreo attraversò il Mare Rosso, inseguito da' suoi nemici, tra la fretta della sua fuga non potè vagare a suo piacimento fuori di quel sentiero, che l'Onnipotente gli aveva segnato in mezzo alle acque, e internarsi dove lo avessero chiamato le osservazioni.

Ma come si potrà sapere la vera ed esatta latitudine e longitudine della terra camminando sotto del mare? La misura della terra si raccoglie, quando si ha cognizione della sua figura; e la sua figura, io dico, che non si potrà meglio riconoscere, che colla nuova proposta navigazione. Si desterà in voi meraviglia a sentire, che nel mentre mi sprofondo negli abissi delle acque, e nascondendomi al Cielo, mi tolgo il piacere di contemplarlo co' miei cannochiali, pur ciò non ostante sulla mia Barca assisa l'Astronomia si pone a spiegare con ogni esattezza le orbite dei Pianeti, i Meridiani, la figura della terra, le attrazioni, e tutti i fenomeni, che spesso confondono le sue teorie. Ma cesseranno i vostri stupori, se porrete mente a quanto sono per dirvi. Ha il mare, come ho già dimostrato, aperte tutte le sue vie al mio Battello, e da esso già superati tutti gl'ostacoli, che potevano impedirgli il cammino libero; trascorre a suo piacimento in qualunque parte, in qualunque regione, in qualunque clima. Ora se un'Osservatore con questo mezzo giungesse al Polo, ivi subito conosce, quale sia la gravità dei corpi, quale il prolungamento del pendolo, quale il suo zenit. Ravvisa, se da questo la Stella Polare è lontana, come credono, due gradi, e se il flusso del mare è ivi sempre costante per effetto della moderna Teoria. Passando all'Equatore, determina il raggio della terra; torna a rivedere lo zenit del Polo, da cui con varj metodi da me già esposti nella *prima*, e *seconda parte* giungerà a conoscere l'asse minore, le orbite dei Pianeti, la figura della terra. Questa desiderò di ravvisare la Francia, e valente qual era per ricchezze e per uomini letterati, spedì de la Condamine all'Equatore, e Maupertuis a Tordeo in Svezia,

e misurato un grado terrestre, si vide minimo all' Equatore, maggiore in Francia, massimo vicino al Polo. Così stabilita felicemente la figura del nostro Pianeta, alla Teoria corrispondeva con esattezza la pratica. Fu misurato un grado in Italia, e si trovò minore di quello dell' Equatore. Sbigottite le scuole, consultarono con impegno l'affare, e fu ordinato non esservi altro rimedio per sanar subito un tal male, che ricorrere alla solita panacea dell' attrazione. Misero in scena montagne, le quali attraessero i pendoli, come se all' Equatore, o al Polo non esistessero che pianure. E' un' oggetto necessarissimo nell' Astronomia, nella Geografia, e nella Navigazione rinvenire le longitudini, ed i Meridiani. Si disputò vivamente, quale dovesse essere il primo Meridiano, da cui desumere le longitudini, e per terminare la questione Luigi XIII con un decreto prescrisse alla Francia quello, che passa nella estremità dell' Isola del ferro, la più occidentale delle Canarie. Siccome tutti i Meridiani si uniscono al Polo, così un Osservatore qui li determina, se gli riesce di precisarli con i segni, e con le stelle che sono in Cielo. Allora si conoscerà se la calamita si rivolge al Polo per un effetto del calorico, o pure dell' attrazione. Alcuni Filosofi, che di tutto parlano, e niente meditano, collocarono al Polo montagne di ferro, e con quest' atto arbitrario della loro immaginazione credettero di togliersi da ogni impaccio, applicando l' attrazione, come certi Medici ignoranti usano la panacea in quei mali, che non conoscono. Un tubo di ferro rovente posto avanti la calamita collocata nella bussola, sarà sempre più caldo a Mezzoggiorno, che a Tramontana; dunque il calorico dovendosi mettere in equilibrio, produce sempre una corrente da

Mezzoggiorno a Tramontana, la quale seconda, e siegue la calamita, perchè l'ago calamitato non racchiude nelle sue estremità lo stesso calore. Ma dove trascorro? Già conoscevano i filosofi quanto di forza perde l'Anguilla, detta torpedine della Cajenna, quando si avvicina alla calamita; dunque anche sotto dell'acqua agisce, e questa sarà la scorta, e la regola del nocchiere, che naviga ricoperto dal mare.

Questi sono i vantaggi dell'invenzione; molti ne aggiungerà la successione dei secoli, e l'ingegno altrui: tutto però sarebbe forse inutile, ed ipotetico, se chiaro non apparisse quello, che forma la base solida delle scoperte da me già stabilito sul primo, quando dissi, che sarà abile qualunque artista a costruirla; e voi già lo avete veduto nella semplicità del meccanismo. Qualunque piloto, aggiunsi ancora, può regolare la navigazione, ed eccomi alle prove.

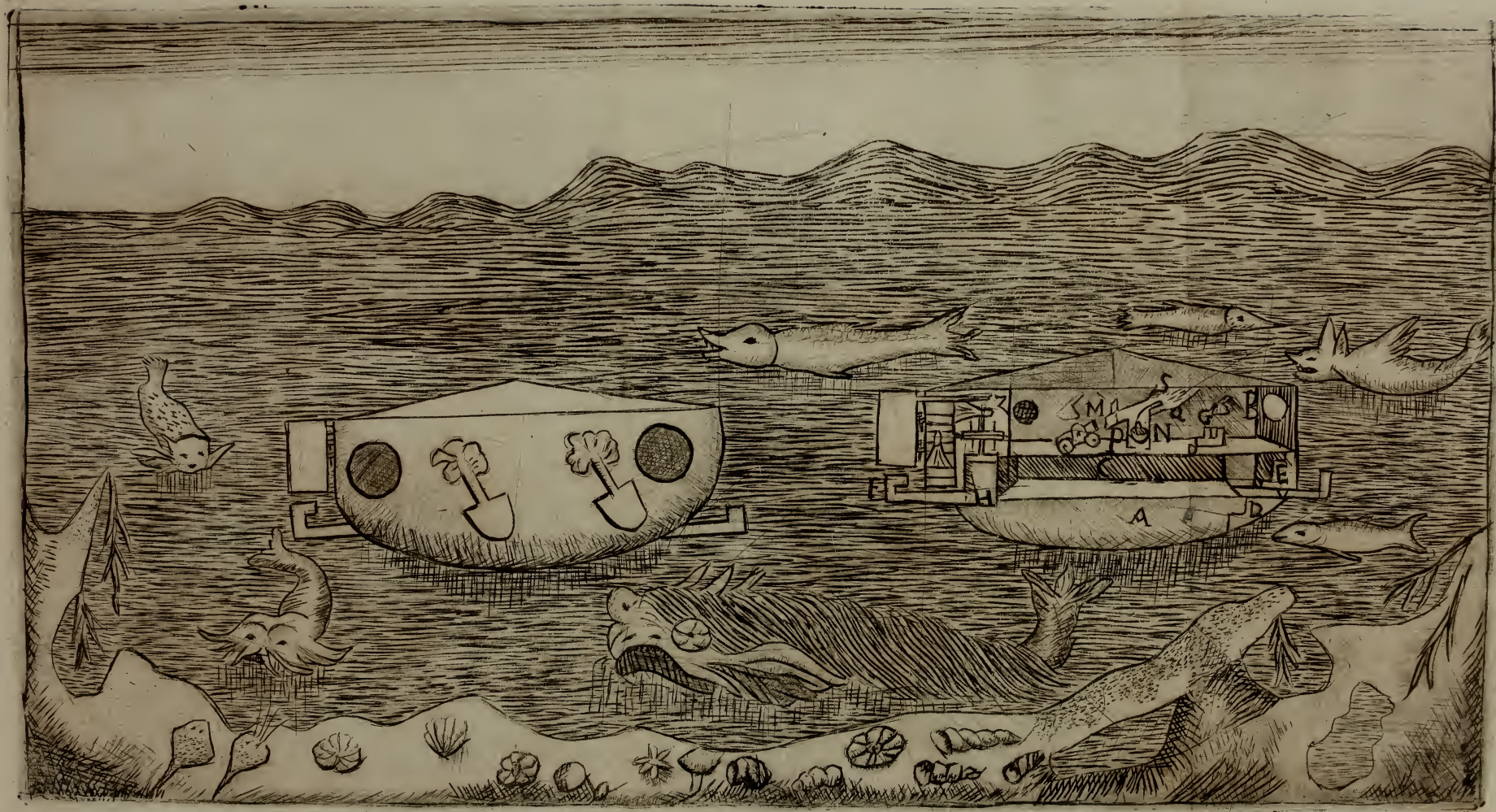
Era il cocchio di Nettuno tirato da Balene, e Vitelli Marini, quasichè tali pesci alla fatica adattar si potessero. Se il mio Battello non riceve ajuto dal vento, camminerà a seconda delle correnti ch'esistono a diverse altezze, e quando quelle gli sono contrarie, facilmente le scansa, passando a trovarne delle favorevoli al suo corso, e spesso senza divergere dalla sua verticale. Spiega in oggi il piloto le sue vele, ed ecco da maree, e da correnti è impedito, o da venti contrarj respinto, o dal furore delle tempeste abbattuto, o finalmente per la somma difficoltà di calcolare le longitudini, e le distanze, in mezzo al suo corso si trova smarrito, e quindi ogni cambiamento di aria, di flutti, di posizione lo riempie d'inquietezza, di timore, e di affanno. Solo il mio naviglio dimora placidamente, come i grandi pesci

nelle regioni più basse delle acque, quando Borea imperversa, e sconvolge la superficie; nota quivi i promontorj, e le valli che vi sono, e li stabilisce come tanti segni, e regole de' suoi viaggi. Anzi molto meglio che non si fece quando fu scandagliato il Mediterraneo, e trovossi la massima profondità all' Isola di Malta può esaminarne, e circoscriverne le parti, e formarne ancora una tavola topografica, dove si descrivano i monti, le valli, i scogli, i seni, le varie correnti, le sabbie diverse, ed altre cose rimarcabili, assegnando ad esse de' nuovi vocaboli, come già l' ottica gli affisse alle costellazioni del Firmamento. Con tal mezzo trovandosi una flotta in alto mare, senza ricorrere alla longitudine, o alla calamita, o ad altre osservazioni, mandato a fondo il Battello potrà quivi rilevare la sua posizione, e quasi il suo *nadir*.

Vengo all' ultima parte, che riguarda l' economia della costruzione, e qui credo di non dover fare molte parole per dimostrarvela. Basta gettare un' occhiata al meccanismo, che non può esser più semplice. Basta osservare, che a differenza delle altre Barche il mio Battello galleggia, come già l' Arca di Noè, senza cordaggi, senz' alberi, senza vele, senza gomene, e senz' ancore, per conchiudere che la sua spesa debb' essere molto minore, che non è quella degli altri legni, che in oggi si lanciano in mare. Qualora poi si voglia usar di quello anche per correre la superficie delle acque, è necessario, come ognun vede, aggiungergli l' albero maestro; ma fa d' uopo, che questo sia diviso da cima a fondo, ed unito con cerchi di ferro, affinchè quando si vuole entrare in acqua calati a basso i cerchi si apra l' albero, e l' una parte cada a destra, l' altra a sinistra

sul cassaro, onde non gli sia d'impedimento nel cammino, che vorrà fare. Altro qui non aggiungo; ed il poco, che ne dissi, sembra sufficiente all'esaurimento della materia; onde farò fine, e bastami d'avere appagato l'ardentissimo desiderio, che giorno, e notte io nutriva, di potere giovare altrui con le mie fatiche. Non so qual esito esse avranno: Se per mio difetto non sortissero il bramato intento, voi giudicarete di quelle, come un giorno scriveva Sallustio: *Quæ homines arant, navigant ædificant virtuti omnia parant*, e certo la virtù è prezzo a se stessa: *Ipsa sibi virtus merces gratissima*, Orat.); ed è prezzo sì grande, che al suo confronto vengono meno tutte le dovizie mondane, quante mai sono. Con quella sincerità dunque, con cui vi ho tutte comunicate le mie lunghe meditazioni, con quella medesima industria potete tutto perfezionare, e trarne profitto. Allora le maraviglie del Cielo contemplando, le vie del mare indagando con tutto quello, che in esso si contiene, conoscerete, *quanto his Creator omnium speciosor est* (Sap. 13), e l'anima nostra penetrata da tali bellezze, se ne formerà il suo pascolo, e la sua occupazione, che sola è degna d'un Cristiano filosofo.

F I N E.



Cop SF x/15
4047

EF

Conduit